Pécsi Tudományegyetem Bölcsészettudományi Kar

Pszichológia Doktori Iskola

Alkalmazott Pszichológia Doktori Program

Krisztián Ágota

Matematikai nehézséggel küzdő gyerekek fejlesztő módszerének kidolgozása és hatásvizsgálata

Doktori (PhD) értekezés tézisei

Témavezetők:

Dr. habil. Révész György

Prof. Dr. Vereczkei Lajos

Pécs, 2016

BEVEZETŐ

Mitől olyan nehéz sokunk számára a matematika? Mi az oka annak, hogy az iskolában tanult tárgyak közül a matematika elsajátítása okozza a legtöbb nehézséget? Rossz oktatási módszerek, szülői elvárások, társadalmi sztereotípiák, szorongás, figyelmi, téri, vagy munkamemória problémák? Esetleg ezek együtt, vagy valami egyéb faktor okozza a nehézséget? Miért tart sok ember attól, ha nyilvánosan számolnia kell? Miért csupán kevés ember tartja a matematikát annak, ami: izgalmas játéknak. Ugyanakkor a matematika kimutatottan elengedhetetlen készség a természettudományos területeken, a technológiai vagy a mérnöki munka során. Így, ha a matematikát már az általános iskolában megutálják a gyerekek, a foglalkozások közül is igyekeznek majd elkerülni azt, amelyikhez matematikatudás szükséges, ezzel viszont hiányszakmák alakulnak ki, ami gazdasági problémákat okoz. Az egyén oldaláról is komoly probléma „a számolási nehézség nagyobb hátrányt jelent az egyén életében, mint az írás-olvasás hiánya: kevesebbet keresnek, kevesebbet költenek, könnyebben megbetegednek, hamarabb kerülnek összetűzésbe a törvénnyel és több segítségre van szükségük az iskolában" (Butterworth, Varma és Laurillard, 2015, 648 o.). Pedig a hétköznapi életben gyakrabban találkozunk a számokkal, mint általában gondoljuk. A nyelvben a tő- és sorszámnevek tízszer gyakrabban fordulnak elő, mint a nagy gyakoriságú főnevek, például a kutya (Roelofs, 2006).

1. A téri képességek és a matematika közti kapcsolat

Az utóbbi néhány évben egyre több kutatás témája a téri képességek és a matematikai képesség közötti kapcsolat, melyek kiinduló pontja Dehaene (1992) hármas kódolás modellje. A modell alapján (Deahaene, 1992) a számfeldolgozás lehetséges preverbális szinten is, az analóg nagyság reprezentáció segítségével. Ez az egység tartalmazza a mentális számegyenest, amely folytonos, nem diszkrét formában tárolja a számokat, és amely egyebek mellett a becslési feladatokban aktív (Dehaene, 1992). Dehaene, Spelke, Pinel, Stanescu, és Tsivkin (1999) vizsgálata alapján a becslési feladatok során a téri vizuális területek mentén mutatható ki agyi aktivitás, míg az egzakt számolásnál inkább a nyelvi (verbális) területek aktívak. További eredmények is alátámasztják, hogy a számolási folyamatok kapcsolatban állnak a térlátással, amit például a neuronális átfedés bizonyít a parietális lebenyben (Hubbard, Piazza, Pinel és Dehaene 2005). Így nem meglepő, hogy már a 0-3 napos újszülötteknél is kimutatható, a tér és a mennyiség reprezentációjának kapcsolata (de Hevia, Izard, Coubart, Spelke és Streri, 2014): a babák képesek voltak kapcsolatot teremteni a vonal hosszúsága és a hallott hangok száma között. Ez további megerősítése annak, hogy a téri terület kapcsolatban áll a mennyiségi reprezentációval, hiszen a babák kora kizárja, hogy ez tanult kapcsolat lenne. A veleszületettség mértékét Tosto et al., (2014) vizsgálták. Nagy létszámú (több, mint 4000) 12 éves ikerpárt vizsgálva, eredményük szerint a genetikai faktor hatása a téri képességre 30%, a matematikai képességre 40%, míg a téri és a matematikai képesség kapcsolatára 40%.

Ugyanakkor Lean és Clements (1981) még azt az eredményt kapták, hogy a téri képesség kevésbé hat a matematikai képességre. Azok az egyetemi hallgatók, akik a matematikai információ feldolgozásában inkább a verbális módot használják, jobbak a matematikában, mint azok, akik inkább a vizuális feldolgozást preferálják. Ebben az eredményben az a probléma, hogy a vizuális és a téri feldolgozást nem különböztetik meg, azonosnak tekintik, noha a kettő nem egyezik. Ezt a különbséget mutatta ki Hegarty and Kozhevnikov (1999) vizsgálata, mely szerint a matematikai teljesítménnyel a téri reprezentáció pozitívan-, a képi reprezentáció viszont negatívan korrelál, bár ez utóbbi csak marginálisan szignifikáns.

Az újabb kutatások azt mutatták ki, hogy van kapcsolat a numerikus és a téri képességek között a legkülönbözőbb életkorokban. Az 5 éves kori téri képesség szignifikánsan bejósolja a 8 éves kori hozzávetőleges szimbolikus számolást, a jobb téri képesség hozzásegíti a gyereket ahhoz, hogy egy erős, biztos mentális számegyenes épüljön ki (Gunderson, Ramirez, Beilock, Levine 2012). Általános iskolás gyereket vizsgálva egy 4 éves longitudinális vizsgálatban Lachance és Mazzocco (2006) is kimutatták a téri és a matematikai képesség közötti kapcsolatot. Thompson, Nuerk, Moeller, Kadosh (2013) egyetemistáknál vizsgálták a mentális forgatás és többféle számolási feladat közti kapcsolatot. Eredményük szerint a mentális forgatási képesség szignifikánsan korrelál a számok számegyenesen való elhelyezésének pontosságával.

Az eddig bemutatott vizsgálatok arra fókuszáltak, hogy a jobb téri képességűek jobban teljesítenek-e matematikai/numerikus feladatokban. Azt azonban nem vizsgálták, hogy a gyengébb téri képességűeknél van-e kapcsolat a matematikai képességekkel, illetve ha van ilyen kapcsolat, az milyen jellemzőkkel bír? Ezt a hiányt pótolták Crollen és Noël (2015) vizsgálatukkal, amelyet olyan 4. osztályosokkal végeztek, akiknek alacsony illetve magas volt a vizuális-téri képességük. A kutatásban a SNARC-hatást vizsgálva azt az eredményt kapták, hogy az alacsony vizuális-téri képességű csoportnál is megjelenik a hatás, de sokkal több hibát vétettek a feladatban. Ennek okaként azt feltételezik, hogy ezeknél a gyerekeknél a téri-vizuális képességek korlátozottsága miatt nem alakult ki olyan erős és tartalmas mentális számegyenes, mint a magas vizuális-téri képességű gyerekeknél.

Gunderson et al. (2012), Thompson et al. (2013) és Crollen és Noël (2015) vizsgálatai egyaránt megerősítik, hogy a téri képesség és a matematika kompetencia között a mentális számegyenes minősége a közvetítő. Amennyiben a téri képességek kifejezettebbek, pontosabb mentális számegyenes alakul ki, ami a becslési helyzetben közvetlen hatással van, illetve a számjegyekhez kapcsolt mennyiségi tudás bázisára építve a későbbi matematikai ismereteket is segíti közvetett módon. Ezek a vizsgálatok alátámasztják Dehaene (1992) feltételezését az analóg nagysági reprezentációhoz kapcsolódó mentális számegyenesről.

A téri képességek nem csak a matematikával, hanem a természettudományokkal is kapcsolatban vannak. Kimutathatóan jobban teljesítenek a jobb téri képességűek a kémiában (Stieff, 2011), a fizikában (Kozhevnikov, Motes és Hegarty, 2007) továbbá a gépészmérnök hallgatóknál is előny a jobb téri képesség (Sorby, 2001). Wai, Lubinski és Benbow (2009) 9-12-es diákok nagy (2000 fős) mintáján a különböző képességeket (verbális, téri, matematikai, stb.) vizsgálva azt nézték meg, hogy 11 év múlva ki, milyen foglalkozású. Azokból, akiknek jobbak voltak a téri képességeik, mérnökök és természettudományokkal foglakozók lettek, míg ezeket a területeket az alacsony téri képességűek jellemzően nem választották. További érdekessége az eredményeiknek, hogy a téri képesség jobb előrejelzője a későbbi pályaválasztásnak, mint a verbális vagy a matematikai képesség.

2. A téri képesség fejleszthetősége

A téri képességeket több fogalommal is jelölik, szinonimaként használják, továbbá a hazai és a nemzetközi fogalomhasználat sem teljesen azonos, btár tartalmi szempontból nem lényegesek az eltérések. A hazai szakirodalomban Séra, Kárpáti, Gulyás (2002) térszemléletnek nevezi. A nemzetközi szakirodalomban hol téri képességekként (*spatial abilities),* pl. Tosto, Hanscombe, Haworth, Davis, Petrill, Dale, Malykh, Plomin, és Kovas (2014), hol téri ismeretekként (*spatial skills),* pl. Uttal, Meadow, Tipton, Hand, Aldden, Warren és Newcombe (2013) tárgyalják a jelenséget, esetenként vizuális-téri képességekként (*visuospatial abilities*) pl. Crollen, Noël, (2015).

Uttal, Meadow, Tipton, Hand et al., (2013) a téri képességek fejlesztésével foglalkozó, 1984-2009 között megjelent 217 tanulmány meta-analízisét végezték el. Az összehasonlító kutatás során a definíció szempontjából arra jutottak, hogy a téri képességeknek nincsen általánosan elfogadott meghatározása. Definíció helyett Uttal et al., (2013) egy 2 dimenziós osztályozási rendszert ajánlanak, ahol definíció helyett a különböző téri élmények dimenziók mentén való besorolását javasolják. A téri élmények besorolásakor Newcombe és Shipley (2015) meghatározását veszik át, akik az egocentrikus és allocentrikus dimenzió helyett intrinzik és extrinzik illetve statikus és dinamikus dimenziót javasolnak. Az intrinzik dimenzió a tárgyak jellemzőit jelenti, például a formájukat, ezt használjuk olyankor, amikor leírunk egy tárgyat. Az extrinzik dimenziót a tárgyak egymáshoz viszonyított elhelyezkedésének leírására használjuk. A statikus-dinamikus dimenzió a tárgyakkal végzett tevékenység jellegét írja le. Ez a két dimenzió négy téri képességet ír le:

Az *intrinzik-statikus* képesség azokat a téri tevékenységeket érinti, amellyel a tárgyak téri konfigurációját, esetleg formáját kódoljuk, például a Beágyazott Figura teszt.

Az *intrinzik-dinamikus* képesség azokkal a tevékenységekkel kapcsolatos, ahol a tárgyak téri kódolásának transzformálását végezzük, például növeljük vagy csökkentjük a méretét, esetleg

elforgatjuk a tárgyat, ide tartozik a 2D-ből 3D-be való transzformálás, továbbá a mentális forgatás és a mentális hajtogatás is ehhez a dimenzióhoz tartozik.
Az *extrinzik-statikus* képességekhez azok a tevékenységek tartoznak, ahol a tárgyak téri elhelyezkedését, vagy pozícióját kódoljuk más tárgyakhoz, vagy egy referencia kerethez viszonyítva, ez segít az absztrakt téri elvek megértésében, mint például a vízszintmérő vagy a függőón működése.
Az *extrinzik-dinamikus* képesség a tárgyak együttesének vizualizálását jelenti egy másik nézőpontból, az ilyen típusú tevékenységek a tárgyak közti kapcsolatok transzformálására vonatkoznak, amikor egy vagy több elem, esetleg maga a megfigyelő is mozgásban van vagy legalább mentálisan mozgatható (pl. Piaget Három Hegy kísérlete).
A téri képességek dimenziókba sorolásán túl Harris, Hirsh-Pasek és Newcombe (2013) tovább pontosították az iménti felosztást. Vizsgálatukban két téri tevékenységet, a *mentális forgatást* és *mentális hajtogatást* vizsgálták. Eredményük szerint e kétféle manipuláció sok szempontból hasonló, ugyanakkor a mentális forgatás geometriai szempontból rigid transzformáció, míg a mentális hajtogatás nem az.
A téri képesség fejleszthető, ezt már nagyon korán kimutatta Brinkmann (1966), aki 8. osztályosokkal végzett 3 hetes tréninget geometriai idomok, minták hajtogatásával, mintákkal való manipulációval. A számítógépes videojáték hatására is nő a téri-vizuális pontszám (Dorval, Pepin, 1986), aminek hátterében valószínűleg inkább a téri képesség javulása áll, legalábbis Moreau (2013) azt mutatta ki, hogy 3 hetes videojáték tréning javítja a teljesítményt a mentális forgatás tesztben
Uttal et al. (2013) meta-analízisükben a téri képesség fejlesztésével kapcsolatos kutatási eredményeket is áttekintve, azt a következtetést vonták le, hogy ezek egyértelműen bizonyítják a téri képességek fejleszthetőségét, továbbá azt, hogy a tréningek hatékonyak és a fejlesztés eredménye transzferálható. A fejlesztő módszereket két csoportba sorolták, ennek alapján beszélhetünk *direkt* fejlesztésről, amikor egy adott téri képességet gyakoroltatnak, mint például a mentális forgatás gyakoroltatása. A másik csoportba az *indirekt* a fejlesztések tartoznak, amelyek során nem az adott eljárást gyakorolják célzottan, hanem általánosabb feladatokat végeznek a személyek, mint az origami hajtogatás, ami közvetetten fejleszti a téri képességeket.
Mivel az origaminak eleme a mentális forgatás, a mentális hajtogatás és motoros aktivitás, így együttes formában kimutatható fejlesztő hatásuk van a téri képességekre. Cakmak, Isiksal, Koc (2014) 4-6. osztályos gyerekekkel 10 héten keresztül origami hajtogatásos fejlesztést végeztek, aminek hatására a gyerekek téri képességei javultak.
Az origami a téri képességek fejlesztése mellett a geometriai gondolkodásra, és a geometria eredményre is hat a tízedikes diákoknál egy 4 hetes tréninget követően (Arici, Aslan-Tutak, 2015). Eredményük alapján a diákoknak mind a téri képessége, mind a geometriai teljesítménye fejlődött az origami hatására. Itt visszautalunk Salat és Séra 2002-es

vizsgálatára, ahol szintén középiskolás korosztály geometria tudását fejlesztették, bár ott direkt módon, geometriai feladatokkal tették ezt.
Taylor és Hutton (2013) 10 éves korosztályt fejlesztettek origamival illetve papírból szerkesztett és kivágott előugró minta készítésével (pop-up paper engineering). Céljuk a térlátás fejlesztése, ezen keresztül pedig a STEM-tárgyak (természettudományok, mérnöki tárgyak és a matematika összefoglaló elnevezése) eredményességének növelése. A módszer hatására a mentális hajtogatási feladatban kimutatható a fejlődés. Továbbá a kutatók hangsúlyozzák, hogy a téri fejlesztést az iskola alsóbb évfolyamaiban lenne hatékony fejleszteni, ami egybecseng Newcombe (2013) ajánlásával. Taylor és Hutton (2013) a korábban tárgyalt tevékenységek téri dimenziói alapján (Newcombe és Shipley, 2015) az origami egy nem rigid, intrinzik-dinamikus tevékenység, ahol a hajtogatási vagy vágási lépéseket le kell fordítani az alakuló tárgyhoz. Vizsgálatuk eredménye szerint az origami indirekt módon fejleszti a téri képességeket és ezen keresztül a STEM-tárgyakban elért eredményt is. Taylor és Tenbrink (2013) az origami hajtogatást kiegészítették egy további, az eddigiekhez képest új elemmel, a gyerekeket megkérték arra, hogy hangosan mondják el, mi lesz a következő lépés, amit végezni fognak. Különösen hasznosnak látták a téri képességek fejlesztése során a tevékenységek gyakorlásának összekapcsolását a fogalmakkal, azaz origami technika verbalizálással kiegészítve különösen alkalma arra, hogy a téri transzformációk vizuális és verbális nyelvezetét gyakoroljuk általa.
A bemutatott specifikus hatás mellett kimutatható egy másik, járulékos hatás is. Boruga (2011) vizsgálatában 11-13 éves gyerekekkel origamizott és nem specifikus hatásként azt találta, hogy a gyerekek jobban odafigyeltek egymásra, munkájukban lelkessé és motiválttá váltak még a tanulási szempontból problémás gyerekek is.

A bemutatott eredmények alapján meggyőzően érvelhetünk amellett is, hogy a téri képesség fejlesztésével a matematikai, természettudományos képességek fejleszthetőek. Bármennyire is kézenfekvőnek tűnik, meglepő módon Stieff és Uttal (2015) áttekintve az elmúlt 30 évben a témában megjelent tanulmányokat csak 6 olyan publikációt találtak, ahol a téri fejlesztés hatását vizsgálták a természettudományos, mérnöki és matematikai képességekre (STEM-tárgyak). Ezek közül csak egyetlen tanulmány szól a matematitkai képesség javulásáról a téri képesség fejlesztésén keresztül (Cheng és Mix, 2014), ám ez, csak részleges eredményt hozott. Ennek oka lehet, hogy rövid idejű és indirekt fejlesztést használtak - mentális forgatást gyakoroltattak. Séra, Kárpáti és Gulyás (2002) viszont éppen a mozgás, azon belül a manuális tevékenység jelentőségét hangsúlyozzák a téri képesség fejlődésében. Azt is kiemelték, hogy a 3D-s, azaz a térbeli tárgyakkal való manipuláció az, ami a térlátást igazán fejleszti.

3. Fejlődési diszkalkuliától a matematikai nehézségig

A felnőttkori sérülés következtében fellépő számolási problémát szerzett diszkalkuliának, vagy medicinális területen akalkuliának nevezik. A diszkalkuliát azokra az esetekre alkalmazzák, ahol neurológiai trauma nélkül jelenik meg a számolási probléma. Később, a diszkalkulia meghatározását finomítva Kosc (1974) bevezeti a fejlődési diszkalkulia fogalmát, hangsúlyozva azt a probléma csoportot, ahol neurológiai serülés nélkül, atipikus fejlődés eredményeként jelenik meg a –főként- aritmetikával kapcsolatos probléma.

DSM-IV kritériumai szerint fejlődési diszkalkuliás az a személy, akinek matematikai képességei elmaradnak kortársaitól, és ezt nem magyarázza sem az illető életkora, sem a mentális életkora, sem az oktatás elégtelensége. A DSM-V-ben viszont már „specifikus tanulási zavar számolási zavarral" megnevezés szerepel, ami a számok felfogására, számtani törvények megjegyzésére, pontos vagy folyékony számolás és pontos matematikai érvelés területén bekövetkezett enyhe, mérsékelten súlyos, vagy súlyos hiányát jelöli. Érdekes, hogy a 2013-as DSM-V diagnosztikus kritériumai alapján a diszkalkulia fogalma alternatív elnevezésként ugyan használható a specifikus tanulási zavar számolási zavarral elnevezés mellett, de ekkor meg kell határozni azt a probléma mintázatot, amit ezzel a fogalommal lefedünk („pl. matematikai érvelés nehézsége" DSM-V, 101. oldal). A korábbi, a változatos probléma mintázatot egységes fogalommal lefedő diszkalkulia megfogalmazás helyébe a differenciált, probléma centrikus meghatározás lépett.

A fejlődési diszkalkulia fogalma mellett megjelent a matematikai problémák új csoportja: a matematikai zavar (mathematical disabilities, Geary, 2015), matematikai nehézség (mathematical difficulties, Ostad, 2008; Dowker, 2008), illetve a matematikai tanulási nehézség (mathematical learning difficulties, Dowker, 2005; Karagiannakis et al., 2014). Dowker (2008) megfogalmazásában a matematikai nehézség a diszkalkuliánál kevésbé komoly, és kevésbé specifikus probléma. Geary és Hoard (2005) a matematikai tanulási nehézséget definiálva azt állapították meg, hogy ezeknek a gyerekeknek kis számok körében közel normál szintűek a számfeldolgozási képességeik. További jellemzőjük a matematikai tanulási nehézséggel küzdő gyerekeknek, hogy állandó deficitjük van néhány aritmetikai területen. Továbbá gyakran alkalmaznak olyan problémamegoldó procedúrát, amit fiatalabb korosztály esetében gyakori. Ostad (1999, 2008) matematikai nehézséggel küzdő gyerekeknél a matematikai feladatok során alkalmazott megoldási stratégiákat vizsgálta. Eredménye alapján a matematikai nehézséggel küzdő gyerekek kizárólag regresszív, tartalék (back-up) stratégiákat alkalmaznak. A tartalék stratégiák közül is csak a legelemibbeket és ezeket is csak korlátozott mértékben használják. Longitudinális vizsgálata során azt tapasztalta, hogy ezek a stratégiák évről- évre alig változnak, nem mutatnak fejlődést. További sajátosságot is megfigyelt a matematikai nehézséggel küzdő gyerekeknél: az alaptények felidézése során nagyon gyenge teljesítményt nyújtanak. Geary (2015) a matematikai zavarral küzdő gyerekek jellemzőiként a gyenge munkamemória kapacitást jelöli meg, azon belül is a központi végrehajtó gyengébb működését. Feltételezése szerint ez az oka a matematikai zavarral küzdő gyerekek lassú számfejlődésének. Mazzocco 2015-ös tanulmányában a matematikatanulási zavart heterogenitása ellenére igyekszik megragadni néhány fenotípusos jellemzővel. Egyrészt ezeknek a gyerekeknek problémát jelent a nem szimbolikus mennyiségek feldolgozása, a szimbolikus referensek nem szimbolikus mennyiséggel való összekapcsolása, továbbá nehézségbe ütközik a szimbolikus reprezentációk elérése. Másrészt gyenge a rövid tartamú memóriájuk, emiatt sok számolási hibát vétenek. Mazzocco (2015) megfigyelése szerint a matematikatanulási zavarral küzdő gyerekek kis korukban nem mutatnak spontán érdeklődést a számosság iránt. Ezen kívül a számok leírásakor és kiolvasásakor kevésbé pontosak, több hibát vétenek. Utolsó jellemzőként lassabb és kevésbé pontos számítási képességekkel rendelkeznek ezek a gyerekek.

A matematikai és a téri képességek közötti kapcsolat, továbbá a téri képességek fejleszthetősége figyelembevételével dolgoztunk ki egy olyan fejlesztő tréninget 5. és 6. osztályos matematikai nehézséggel küzdő gyerekeknek, amely a kéz finom motorikáját és a téri képességeket javító elemeket tartalmaz úgy, hogy az a gyerekek számára is érdekes legyen. Azt vizsgáltuk, hogy manuális, motoros feladatokkal, élvezetes, játékos formában fejleszthető-e a téri képesség és ezen keresztül a matematikai képesség. Ez a fejlesztés specifikus hatása, de mellette feltételezhető, hogy a didaktikus csoportvezetésből, a csoportjellegből, a szorongást oldó légkörből és a motiváló, érdekes feladatokból további, nem specifikus hatások is következnek, melyek egyrészt mérhetőek, mint a szorongás csökkenése vagy a kreativitás javulása, másrészt a csoportfoglalkozások során mutatott viselkedéses jellemzőkben figyelhető meg.

4. A VIZSGÁLAT LEÍRÁSA

4.1 Vizsgálati személyek

A kísérletben résztvevő gyerekek *matematikai nehézséggel* küzdő felső tagozatos általános iskolások (5. és 6. osztályosok), akik normál állami általános iskolában (a budapesti III. V. VI. X. és XI. kerületében), általában *felmentés* mellett tanulják a matematikát. Mindegyikük a kerületi Nevelési Tanácsadó- vagy az iskola gyógypedagógusával hagyományos fejlesztésben részesült. Az általunk vezetett speciális fejlesztés ezen kívül történt. A fejlesztést Budapesten a Belvárosi Pedagógiai Szak- és Szakmai Szolgálatban és a VI. kerületi Erkel Ferenc Általános Iskolában végeztük.[1]

A gyógypedagógusok diagnózisa alapján matematika nehézséggel küzdő gyerekeket véletlenszerűen soroltuk be a teszt csoportba, akiket fejlesztettünk és a kontroll csoportba, akik csak a hagyományos fejlesztésben vettek részt. Ezek a gyerekek általánosságban a következő matematikai problémával küzdöttek: helyi érték tévesztés, számok megjegyzésének nehézsége, számolási mechanizmusok bizonytalan alkalmazása 3-4 jegyű számok esetében, lassúság, bizonytalanság számolási folyamat során. Második kontrollcsoportot is alkalmaztunk, szintén 5-6. osztályos diákokat, akiknek nem volt matematikai nehézsége, így sem a hagyományos, sem az általunk vezetett fejlesztésben nem vettek részt. Ezzel a két kontroll csoporttal szerettük volna a kapott eredményből kiszűrni a spontán, életkori fejlődést és a gyógypedagógusok fejlesztő foglalkozásának a hatását illetve azt megnézni, hogy a teszt csoport utoléri-e a normál kontroll teljesítményét.

A kísérleti személyek 13 fő (életkori átlag=12,1 szórás=0,7) matematikai nehézséggel küzdő 5. és 6. osztályos általános iskolások, akik rendszeresen, hagyományos matematikai fejlesztésben vesznek részt a kerületi Pedagógiai Szakszolgálatban, illetve az Erkel Ferenc Általános Iskola esetében az iskolában dolgozó gyógypedagógusnál. Emellett kétféle illesztett kontroll csoportot vizsgáltunk. Az egyik a matematikai nehézséggel rendelkezők 12 fő (életkori átlag =11,9 szórás =0,9), akik csak a hagyományos egyéni matematikai fejlesztésen vettek részt. A második kontroll csoport szintén 5-6. osztályos gyerekekből állt, akiknek nem volt matematikai nehézségük: 12 fő (életkori átlag =11,6 szórás =0,5).

[1] Köszönet Gombos Hajnalka gyógypedagógusnak, aki a legelső fejlesztő csoport megindításától szakmai támaszom, Pólya Juditnak a Belvárosi Pedagógiai Szak- és Szakmai Szolgálat volt vezetőjének és Béki Andrea gyógypedagógus-logopédusnak, aki a VI. kerületi Nevelési Tanácsadó és EPSZ munkatársa, hogy támogatta a tesztcsoportok indítását. A kontroll vizsgálatok megszervezéséért Dr. Gálné Csabai Klára gyógypedagógusnak és a Budapest III. kerületi Óbuda-Békásmegyer Önkormányzat Óbuda-Békásmegyer Nevelési Tanácsadó Békásmegyeri Telephely munkatársainak, Zsirka-Klein Katalinnak a X. kerületi Nevelési Tanácsadó gyógypedagógusának tartozom köszönettel.

4.2 A hatásvizsgálatban alkalmazott feladatok és tesztek

1. A téri képességeket egy olyan feladatsorral vizsgáltuk, amelynek eredeti változata Séra, Kárpáti, Gulyás (2002) térszemlélet tesztje, melyet középiskolás korosztályra dolgoztak ki. Ezt egyszerűsítettük a vizsgálatunk 11-12 éves korosztályához. A feladatok között szerepel síkbeli alakzatok (háromszögek és négyszögek) megszámlálása, mentális forgatás, mentális csomózás és olyan további feladat, amelyben azt kell eldönteni, hogy adott hasábok megjelölt pontjánál azokat összeragasztva a bemutatott térbeli alakzatok közül melyiket kapjuk meg.
2. A számolási képességet a 4 alapművelettel vizsgáltuk: 10-10 összeadás, kivonás, szorzás, osztás volt a feladat, idői korlát nélkül. Az összeadás és kivonás négyjegyű számokkal történt a szorzás és osztás esetén négyjegyű számokat kellett egyjegyűvel szorozni illetve osztani. A pontozás úgy történt, hogy minden jó megoldás 1 pont, így összesen 40 pontot lehetett elérni.
3. A „Szokatlan használat” és a „Torrance-féle körök” tesztekkel mértük a verbális és a képi kreativitást.
4. A fejlesztéskor nem állt rendelkezésre magyar nyelvű matematikai szorongást mérő teszt, ezért az Állapot- Vonásszorongás Kérdőívből az „Állapot” kérdőív gyermek változatát használtuk (STAI-C, Spilberger, 1973. In: Perczel-Forintos, 2005).
5. Rey Komplex Ábrateszt gyerek változata („B”) (Kónya, Verseghi, Rey, 2000).

A feladatsor megoldása után egy héten belül következett a teszt csoportnál a fejlesztés, majd ez után, szintén egy héten belül következett a feladatsor második felvétele. A két kontroll csoportnál ugyanilyen időzítéssel történt a feladatsorok megoldása.

4.3 Fejlesztési módszer, foglalkozás menete

A fejlesztés kiscsoportos formában zajlott (4, illetve 5 fő), így több csoportot is vezettünk, melyek 10 hétig tartottak, alkalmanként először 90 percesek voltak a foglalkozások, végül a 60 perces tartam vált be.

A fejlesztés során olyan manuális tevékenységeket végeztünk, amelyek közvetett módon fejlesztik a téri képességeket, szerialitást, kreativitást és a végrehajtó funkciókat. Továbbá olyan művészeti terápiás elemeket alkalmaztunk, ami csökkenti a szorongás mértékét, illetve a matematikának alkalmazott formában való megjelenése biztosította azt, hogy a szituatív, matematikai szorongás se váltódjon ki. A fejlesztés során fontos szempont volt, hogy a feladatok megoldása során úgy alkalmaztuk a matematikát (mérés, szerkesztés), hogy nem beszéltünk arról, hogy most „matekozunk”. Ezzel igyekeztünk elkerülni a matematikai szorongás megjelenését.

A fejlesztés kiscsoportos formája az egyéni fejlesztő munkához képest jobban segíti a tagok közti kooperációt, a mások elfogadását valamint saját teljesítményük, gondolataik felvállalását, amit a tanulási nehézséggel küzdő gyerekek esetében különösen hiányosnak láttunk.

Origami - Origami hajtogatás előtt nekik kellett kimérni és kivágni az A4-es formátumú téglalapból az aznapi munkához szükséges méretű négyzetet. Ehhez vonalzó használatával mérniük kellett. Ha több részből álló origami kompozíciót készítettünk, akkor a méretek meghatározásához számolni kellett. Például, ha egy virág elkészítéséhez 8x8-as négyzet kell, a hozzá tartozó levél elkészítéséhez fele akkora. Ezt nekik kellett kiszámolni. Fontos volt, hogy a csoportvezető csak rávezette a gyerekeket, hogy mit kell kiszámolni, de az eredményre maguknak kellett rájönniük. Ezzel azt kívántuk elérni, hogy a matematikával „alkalmazott" közegben találkozzanak. Ezzel motiváltabbá téve a gyerekeket a számolás fontosságára.

Gyöngyfűzés tervezéssel - A felkínált különböző színű, formájú és nagyságú gyöngyökből saját esztétikai döntésük alapján kellett egy minta tervet készíteni, amit le is rajzoltak. Ezt követte a damil méretre vágása (mérés*)* majd a terv alapján a minta megfűzése (szerialitás*).*

Térbeli testek hajtogatása - A térbeli testek hajtogatása olyan feladat volt, ahol az előre megrajzolt sablont ki kellett vágniuk, majd a megfelelő oldalakat összeragasztani. Ebben az volt a nehéz, hogy az összetett alakzatot el kellett képzelni ahhoz, hogy a megfelelő oldalakat ragasszák össze. Mintaként előttük volt egy már elkészített forma. A térbeli testek geometriai megnevezése igen nagy ellenállásba ütközött, el sem akarták kezdeni a feladatot, ezért az általuk javasolt elnevezéseket használtuk. Így lett például az oktaéderből egér, amit viszont már nagy lelkesedéssel készítettek el.

Modellrajz és fantázia rajz - Fontos volt a modellrajz koncentrált figyelmi munkája után váltásként a fantázia rajz elkészítése, mely elengedettebb állapotot igényelt. Feltételezésünk szerint ez a kreativitás, rugalmasság hasznos a probléma-megoldásban, legyen az akár egy matematika feladat végrehajtTása. Kitalálni olyat, ami nem létezik, szintén a megoldási lehetőségek bővítését célozza. Itt nagy tere volt a személyes érzések megjelenítésének is. Fontos volt számunkra, hogy a gyerekek érezzék azt, hogy nem csupán az iskolai teljesítményük az egyetlen, ami fontos az ő megítélésük szempontjából, hanem a gondolataik, ötleteik, érzéseik is.

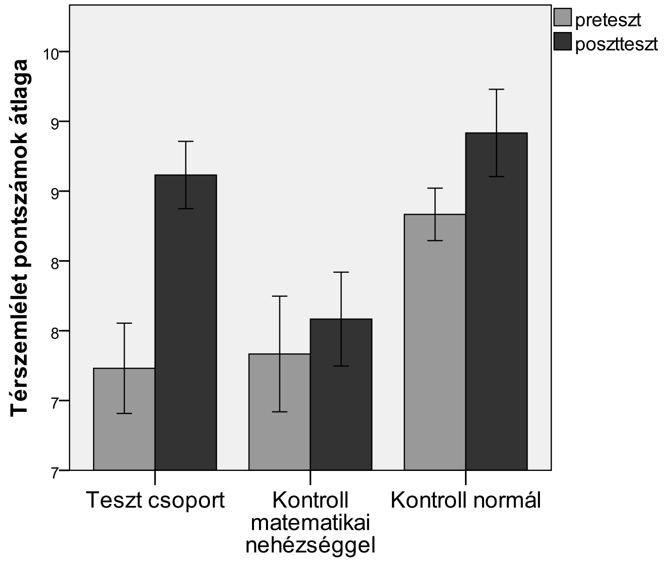
Kartondoboz készítése tervezéssel és díszítéssel - A munka tervezése hosszadalmas volt, mivel sok döntést kellett hozni: mekkora dobozt szeretne készíteni, milyen formájút. Ezt követően mindenkinek magának kellett megrajzolnia a doboz sablonját (mérés, szerkesztés). A kivágás

és összeragasztás után következett a díszítés, ahova belevihették saját ötleteiket, ízlésüket (festés és minták ragasztása).
A tárgyak elkészítése után rendszerint még volt egy harmadik rész, amikor kidíszítettük az alkotást, amiben újra kreatívak, elengedettek lehettek. Egyéni jelleget is belevihettek a munkájukba. Tapasztalatunk szerint a kezdeti, sztereotip díszítéseket a félév végére felváltotta az újszerűbb, egyéni díszítés.
A csoportfoglalkozások elején mindenki röviden elmondta, hogy éppen hogyan érzi magát, mi történt az iskolában, milyen élményeket hozott. A foglalkozások lezárásaként, ami továbbra is a csoport kohéziót erősítette, megnéztük egymás alkotását (ha a csoportvezetőnek nem kellett sokat segítenie, ő is alkotott a gyerekekkel együtt), végül együtt elpakoltuk az eszközöket, majd kikísértem a gyerekeket a szülői váróba, ahol néhány szóban reflektáltam a szülőknek arra, hogy mi történt a foglalkozás alatt.

5. EREDMÉNYEK

5.1 A térszemlélet teszt eredménye

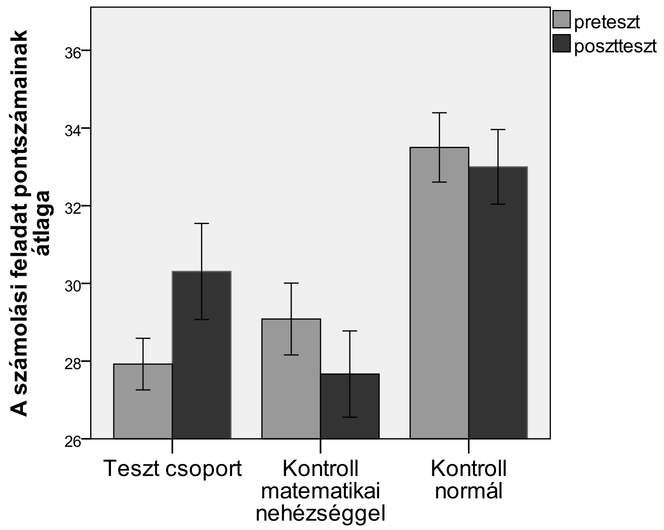
A téri képességek alakulását a fejlesztés előtt és a fejlesztés után (ld. 1. ábra) kevert mintás varianciaanalízissel vizsgáltuk (csoport x mérés). Az effect size értékekhez a gyenge η_p^2= 0,0099, közepes η_p^2= 0,0588, erős η_p^2= 0,1379 értékek az irányadóak Cohen (1988, 287-288. old.) alapján. A két mérés eredményei szignifikánsan különböznek $F(1,34)=12,28$ $p<0,05$ és ez erős hatás, $\eta^2_p=0,26$, a csoportok közötti különbség is szignifikáns és szintén erős $F(2,34)=5,37$ $p<0,05$, $\eta^2_p=0,24$. A Bonferroni féle többszörös összehasonlítás alapján a matematikai nehézséggel küzdő kontroll csoport teljesítménye alacsonyabb a normál kontrollénál, a normál kontroll és a teszt csoport nem különbözik. A csoport x mérés interakció $F(2,34)= 2,59$ $p<0,1$ marginálisan szignifikáns, de közepesen erős hatást mutat, $\eta^2_p=0,13$, ami azt jelzi, hogy míg a teszt csoport téri képessége jelentősen javult, addig a két kontroll csoportnál nem volt változás a 10 hét során.



1. ábra A térszemlélet pontszámok átlagának alakulása a három csoportnál

5.2 A számolási feladatok eredménye

A számolási képesség alakulását szintén kevert mintás varianciaanalízissel vizsgáltuk (csoport x mérés). Az eredmények alakulását a 2. ábra mutatja. A két mérés eredményei nem különböznek $F(1,34)= 0{,}065$ $p>0{,}05$, $\eta^2_p = 0{,}002$. A csoportok közötti különbség szignifikáns és erős $F(2,34)=9.85$ $p<0{,}05$, $\eta^2_p = 0{,}367$. A csoport x mérés interakció szignifikáns $F(2,34)= 3{,}60$ $p<0{,}1$, $\eta^2_p = 0{,}175$ szintén erős hatás, ami azt jelzi, hogy míg a teszt csoport számolási képessége jelentősen javult, addig a két kontroll csoportnál nem volt változás a 10 hét során.



2. ábra A számolási feladat pontszámai átlagának alakulása a három csoportnál

5.3 A Rey Komplex Ábrateszt eredménye

A Rey teszt eredményeinek alakulását szintén kevert mintás varianciaanalízissel vizsgáltuk (csoport x mérés) és Bonferroni-féle páros összehasonlítással vizsgáltuk. A leíró statisztikai adatokat az 1. táblázat mutatja.

Részfeladat	csoport	Átlag	Szórás
Másolási idő1	teszt	82,00	20,34
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	94,16	47,33
	kontroll normál	67,25	15,96
Másolási idő2	teszt	54,65	14,912
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	69,62	25,89
	kontroll normál	36,91	10,29
Másolás pont1	teszt	25,88	3,34
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	27,45	2,24
	kontroll normál	27,87	2,05
Másolás pont2	teszt	25,76	3,56
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	26,73	2,58
	kontroll normál	25,50	2,24
Felidézési idő1	teszt	89,56	22,24
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	54,50	26,30
	kontroll normál	51,16	21,27
Felidézési idő2	teszt	63,26	25,82
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	63,73	21,01
	kontroll normál	54,08	30,48
Felidézési pont1	teszt	20,73	5,42
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	21,41	6,29
	kontroll normál	23,50	3,39
Felidézési pont2	teszt	21,62	4,11
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	20,88	2,86
	kontroll normál	23,95	2,49

1. táblázat A Rey teszt leíró statisztikai jellemzői.

A másolási idő- A két felvétel között szignifikáns a különbség $F(1,34)=29,75$ $p=0,055$ $\eta^2_p = 0,467$, a második alkalommal gyorsabbak, mint az első alkalommal. A csoportok közötti különbség is szignifikáns $F(2,34)=6,54$ $p<0,05$ $\eta^2_p = 0,278$ a két kontroll csoport különbözik egymástól. Az interakció nem szignifikáns $F(2,34)=0,01$ $p>0,05$ $\eta^2_p = 0,006$. Második alkalommal a csoportok gyorsabbak voltak, ami valószínűleg gyakorlási hatás. A normál kontroll csoport gyorsabb, mint a kontroll matematikai nehézséggel küzdő.

A másolási pontszám - A két felvétel között egy marginálisan szignifikáns különbség van $F(1,34)=3,94$ $p=0,055$ $\eta^2_p = 0,104$. Sem a csoportok közötti különbség $F(2,34)=1,07$ $p>0,05$

η^2_p = 0,059, sem az interakció nem szignifikáns (F(2,34)=1,56 p>0,05 η^2_p = 0,084. Itt is csak gyakorlási hatást kaptunk.

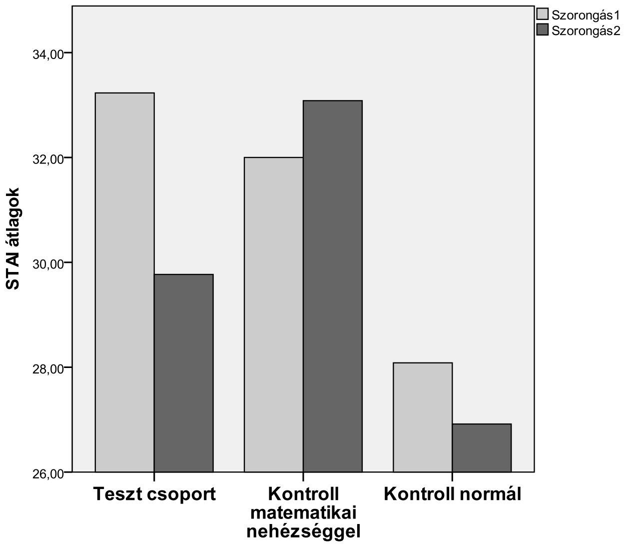
A felidézési idő - A két felvétel között nincs különbség F(1,34)=1,08 p>0,05, η^2_p =0,031. A csoportok között viszont van F(2,34)=4,51 p<0,05 η^2_p =0,21, az első mérésnél jelentős különbség van a teszt csoport és a kontroll normál csoport között, de a fejlesztés után ez a különbség eltűnik, amit az interakció (F(2,34)=5,97 p<0,05 η^2_p =0,26, mutat. Ennek alapján a tesztcsoport felidézési ideje javult.

A felidézési pontszám - Sem a felvételek F(1,34)=0,09 p>0,05 η^2_p =0,003, sem a csoportok között (F(2,34)=2,29 p>0,05 η^2_p=0,119 nincs különbség és nincs interakció sem (F(2,34)=0,23 p>0,05 η^2_p =0,013.

Összességében a Rey Komplex Ábrateszt vizsgálat nem mutatott fejlődést, amennyiben a tesztet a központi végrehajtó vizsgáló eljárásának tekintjük, akkor ezt nem fejlesztette a módszerünk.

5.4 A szorongás teszt eredménye

Az eredmények alakulását (ld. 3. ábra) kevert mintás varianciaanalízissel (csoport x mérés) és Bonferroni-féle páros összehasonlítással vizsgáltuk. A két felvétel között nincs különbség F(1,34)=2,55 p>0,05, η^2_p =0,07. A csoportok között marginálisan szignifikáns a különbség F(2,34)=2,68 p=0,08 η^2_p =0,137 és az interakció is marginálisan szignifikáns F(2,34)=3,19 p=0,053 η^2_p =0,158, de mindkét utóbbi esetben erős a hatás, ami azt jelzi, hogy a kis mintaelemszám miatt nem sikerült kimutatni a különbséget, csak marginálisan. Ennek alapján tesztcsoportnál csökkent a szorongás a fejlesztés hatására.



3. ábra A STAI Állapot szorongás alakulása csoportonként a fejlesztés előtt és után.

5.5 Kreativitási teszt eredmények

Az eredmények alakulását (ld. 2. táblázat) kevert mintás varianciaanalízissel (csoport x mérés) és Bonferroni-féle páros összehasonlítással vizsgáltuk.

	csoport	Átlag1	Szórás1	Átlag2	Szórás2
verb_o	teszt	2,7300	1,64663	3,5777	2,56791
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	3,4933	,83263	3,1808	,89512
	kontroll normál	5,2250	2,80236	4,8208	1,71520
verb_fx	teszt	2,6923	2,95479	4,4615	3,97105
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	3,5000	2,27636	3,2500	2,34036
	kontroll normál	7,0000	3,88470	6,2500	2,30119
verb_fu	teszt	5,9231	3,81797	8,3846	5,45494
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	6,5000	2,23607	6,1667	1,89896
	kontroll normál	10,5833	4,75697	9,5000	2,54058
verb_rx	teszt	,3581	,25401	,4618	,18998
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	,5048	,14728	,4744	,19433
	kontroll normál	,6116	,24750	,6490	,13859
verb_ao	teszt	,4592	,12985	,4555	,17464
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	,5529	,08757	,5278	,08960
	kontroll normál	,4898	,09722	,5067	,14126
kép_o	teszt	6,9415	5,20539	8,1831	3,58376
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	5,6800	2,69347	5,5158	2,82853
	kontroll normál	7,0275	3,31773	9,4842	2,34288
kép_fx	teszt	7,3846	3,75363	8,4615	4,64786
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	6,7500	3,86417	6,3333	3,72542
	kontroll normál	7,7500	3,19446	10,5833	2,19331
kép_fu	teszt	13,4615	10,50885	16,1538	9,40608
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	11,5000	5,24838	10,9167	5,50138
	kontroll normál	13,3333	5,19324	18,8333	5,42441
kép_rx	teszt	,7063	,31709	,5762	,34155
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	,5814	,18078	,5951	,23665
	kontroll normál	,6016	,19097	,5830	,14150
kép_ao	teszt	,5246	,16706	,5503	,14800
	kontroll matematikai nehézséggel küzdő	,4905	,06489	,5123	,13540
	kontroll normál	,5138	,08529	,5101	,06483

2. táblázat A kreativitási tesztek leíró statisztikai jellemzői.

Verbális originalitás - A két felvétel között nincs különbség $F(1,34)=0,19$ $p>0,05$, $\eta^2_p=0,001$. A csoportok között szignifikáns a különbség, a normál kontroll originálisabb, mint a két matematikai nehézséggel küzdő csoport $F(2,34)=4,76$ $p<0,05$ $\eta^2_p=0,219$ és nincs interakció, $F(2,34)=1,69$ $p>0,05$ $\eta^2_p=0,091$.
Verbális flexibilitás - A két felvétel között nincs különbség $F(1,34)=0,28$ $p>0,05$, $\eta^2_p=0,008$. A csoportok között szignifikáns a különbség, a normál kontroll rugalmasabb, mint a két matematikai nehézséggel küzdő csoport $F(2,34)=5,58$ $p<0,05$ $\eta^2_p=0,247$, de a marginális interakció, $F(2,34)=2,62$ $p=0,08$ $\eta^2_p=0,134$ azt mutatja, hogy a teszt csoport a fejlesztés hatására javult.
Verbális fluencia - A két felvétel között nincs különbség $F(1,34)=0,31$ $p>0,05$, $\eta^2_p=0,009$. A csoportok között szignifikáns a különbség, a normál kontroll fluensebb, mint a két matematikai nehézséggel küzdő csoport $F(2,34)=4,45$ $p<0,05$ $\eta^2_p=0,207$, de a marginális interakció, $F(2,34)=3,02$ $p=0,06$ $\eta^2_p=0,151$ azt mutatja, hogy a teszt csoport a fejlesztés hatására javult.
Verbális átlag flexibilitás- A két felvétel között nincs különbség $F(1,34)=0,82$ $p>0,05$, $\eta^2_p=0,024$. A csoportok között szignifikáns a különbség, a normál kontroll átlag rugalmassága magasabb, mint a két matematikai nehézséggel küzdő csoporté $F(2,34)=6,13$ $p<0,05$ $\eta^2_p=0,265$, továbbá nincs interakció, $F(2,34)=0,92$ $p=0,08$ $\eta^2_p=0,051$.
Verbális átlag originalitás - A két felvétel között nincs különbség $F(1,34)=0,82$ $p>0,05$, $\eta^2_p=0,024$. Továbbá a csoportok között sincs különbség $F(2,34)=6,13$ $p<0,05$ $\eta^2_p=0,265$, és nincs interakció, $F(2,34)=0,92$ $p=0,08$ $\eta^2_p=0,051$ ez viszont azt jelzi, hogy a matematikai nehézséggel küzdők nem különböznek a normál csoporttól, ami az originalitás eredményét pontosítja, abban csak azért jobbak, mert fluensebbek lévén több választ adnak.
Képi originalitás - A két felvétel között van különbség $F(1,34)=4,81$ $p<0,05$, $\eta^2_p=0,124$. A csoportok között nincs különbség $F(2,34)=2,41$ $p>0,05$ $\eta^2_p=0,124$, és nincs interakció, $F(2,34)=1,93$ $p>0,05$ $\eta^2_p=0,102$. Ennek alapján a képi originalitásban nincs különbség a normál és a matematikai nehézséggel küzdő csoportok között.
Képi flexibilitás- A két felvétel között van különbség $F(1,34)=5,88$ $p<0,05$, $\eta^2_p=0,148$. A csoportok között nincs különbség $F(2,34)=1,83$ $p>0,05$ $\eta^2_p=0,098$, és van interakció, $F(2,34)=3,73$ $p>0,05$ $\eta^2_p=0,180$. A teszt csoport és a normál kontroll csoport jobb a második felvételnél.
Képi fluencia - A két felvétel között van különbség $F(1,34)=6,52$ $p<0,05$, $\eta^2_p=0,1161$. A csoportok között nincs különbség $F(2,34)=1,73$ $p>0,05$ $\eta^2_p=0,092$, és marginálisan szignifikáns az interakció, $F(2,34)=3,05$ $p=0,06$ $\eta^2_p=0,1152$. A tesztcsoport és a normál kontroll csoport jobb a 2. felvételnél.
Képi átlag flexibilitás - Sem a felvételek $F(1,34)=1,19$ $p>0,05$ $\eta^2_p=0,034$, sem a csoportok között $(F(2,34)=0,23$ $p>0,05$ $\eta^2_p=0,014$ nincs különbség és nincs interakció sem $(F(2,34)=1,14$ $p>0,05$ $\eta^2_p=0,063$.

Képi átlag originalitás - Sem a felvételek F(1,34)=0,26 p>0,05 η^2_p =0,008, sem a csoportok között (F(2,34)=0,63 p>0,05 η^2_p =0,036 nincs különbség és nincs interakció (F(2,34)=0,10 p>0,05 η^2_p =0,006.

5.6 Összegzés

A téri képességek 10 hetes, heti egyszer 60 perces fejlesztése hatására javult a résztvevők téri képessége, olyan mértékben, hogy utolérték a normál kontroll teljesítményét. A teszt csoport számolási teljesítménye is javult a kontroll matematikai nehézséggel küzdő csoporttal szemben. Emellett nem specifikus hatásokat is kaptunk, a fejlesztett csoport szorongása csökkent, valószínűleg ennek hatására javult a verbális fluenciájuk és verbális flexibilitásuk. Az átlagos verbális originalitásban nem különböznek a csoportok, viszont normál kontroll átlag rugalmassága magasabb, mint a matematikai nehézséggel küzdő csoportoké. A képi kreativitás feladatok esetén a csoportok nem különböznek az originalitásban és az átlag originalitásban, továbbá az átlag flexibilitásban. A fluencia és a flexibilitás mutatókban, hasonlóan a verbális esethez, a második felvételkor jobban teljesített a teszt csoport, bár ez utóbbi két mutatóban a normál kontroll teljesítménye is javult.

Az a véleményünk, hogy ez a fajta közös munka az egyéni fejlesztő munkához képest jobban segíti a tagok közti kooperációt, a mások elfogadását valamint saját teljesítményük, gondolataik felvállalását, amit a tanulási nehézséggel küzdő gyerekek esetében különösen hiányosnak láttunk. Ez megerősíti azt, amire Boruga (2011) hívta fel a figyelmet, hogy az origaminak van egy olyan nem specifikus hatása is, hogy a tanulási problémás gyerekek kevésbé problémássá váltak, javult az önértékelésük és jobban figyeltek az órákon.

6. A MATEMATIKAI SZORONGÁS ÉS A MAS-UK ADAPTÁLÁSA

A fejlesztés lebonyolításakor még nem állt rendelkezésre magyar nyelvű matematikai szorongást mérő kérdőív (azóta már létezik: Nótin és mtsai, 2012), ezért elkezdtük egy, az általános iskolás mintán is használható kérdőív adaptálását, de ez csak a fejlesztő program lezárása után készült el, így ekkor még nem tudtuk használni.

Ha definiálni szeretnénk a matematikai szorongást, több megfogalmazással is találkozunk, de leggyakrabban Richardson és Suinn (1972) meghatározását használják: „Egyfajta nyomás és szorongás érzése, amely számokkal való foglalkozás és matematikai problémák megoldása során jelentkezik széleskörűen a hétköznapi életben és iskolai helyzetben egyaránt.” (p. 551)
A szorongás több formában is megjelenhet, hiszen amellett, hogy a feladatmegoldás teljesítményét rontja, érzelmi és viselkedéses szinten is megnyilvánul, amikor zavartan, fészkelődve végzik a feladatukat, többnyire sok hibával, ugyanakkor viszonylag gyorsan, csakhogy meneküljenek ebből a szorongató feladathelyzetből (Ashcraft, 2002).
Dew, Galassi és Galassi (1984) megvizsgálva a különböző szorongások közti kapcsolatot, azt az eredményt kapták, hogy a magas matematikai szorongású személyek hajlamosak magas szintet megütni a teszt-, vonás-, állapot- és általános szorongás terén is. Ezt az eredményt erősíti Ashcraft (2002) is, a magas matematikai szorongással rendelkező emberek más szorongási tesztben is magas pontot érnek el. Szintén ezt a kapcsolatot támasztja alá Young, Wu és Menon (2012) eredménye, mely szerint a matematikai szorongás esetében azonos idegrendszeri területek ingerlődnek, mint az egyéb szorongásos helyzetekben.
Ugyanakkor a matematikai szorongás a tesztszorongástól, vonás- és állapotszorongástól elkülönült szorongási típus. A matematikai szorongás a tesztszorongáshoz áll a legközelebb, mivel mindkettő specifikus, helyzethez kapcsolódó szorongási reakció, ugyanakkor van néhány olyan adat, ami arra utal, hogy a matematikai szorongás, bár hasonlít a tesztszorongáshoz, mégis különálló konstrukció (Hembree, 1990). Például Faust 1992-es doktori disszertációjában (hiv. Ashcraft, 2002) magas- és alacsony matematikai szorongással rendelkező csoporttal egyre nehezedő matematikai- és verbális feladatokat oldattak meg. Mindkét helyzetben a feladatmegoldás közben vizsgálták a kísérleti személyek fiziológiai mutatóit (pl. szívritmus). A magas matematikai szorongású csoportnál a verbális feladatok megoldása közben alig volt változás, ugyanakkor matematika feladatok alatt ez a változás kifejezett volt. Az alacsony matematikai szorongással rendelkező csoportnál sem a matematikai, sem a verbális feladatok alatt nem emelkedtek a fiziológiai mutatók.

6.1 A matematikai szorongás és a matematikai teljesítmény közti kapcsolat

Hembree (1990) 151 tanulmány meta-analízise alapján a következő eredményeket kapta: a matematikai szorongás és a matematikai teljesítmény közötti kapcsolat r=-0,34, a matematika élvezete és a matematikai szorongás között az 5-12-es korosztályban a kapcsolat r=-0, 75. A matematikai szorongás 6. osztálytól lineárisan nő a 9- 10. osztályig, utána már azonos szinten marad.

A magas matematikai szorongással rendelkezők elkerülik a matematikai helyzeteket, ennek végeredményeként alacsonyabb lesz a matematikai kompetenciájuk és az előmenetelük (Ashcraft, 2002). Az azonban kérdés, hogy egy magas matematikai szorongással rendelkező személy gyenge matematikai teljesítménye minek az eredménye, az alacsony matematikai kompetenciájának, vagy a magas matematikai szorongási szintjének? A következő vizsgálati eredmények erre próbálnak választ adni. Faust, Ashcraft és Fleck (1996) nem találtak szorongási hatást, amikor egész számokkal kellett műveleteket végezni, papír-ceruza módszerrel, idői nyomás nélkül. Ugyanakkor, amikor ezeket a feladatokat online, időmérés mellett kellett végezni, akkor megjelent a szorongás. Ashcraft, Kirk és Hopko (1998) a matematikai szorongás mértéke alapján a kísérleti személyeket alacsony, közepes és magas matematikai szorongású csoportba sorolták. A vizsgálat első részében a 3 csoportnak egész számokkal kellett feladatokat végeznie, ekkor nem jelent meg a szorongás. A második feladatban viszont már vegyesen kellett megoldani feladatokat, köztük törtekkel végzendő műveleteket, százalékkal kapcsolatos számításokat, ismeretlent tartalmazó egyenleteket. Ekkor már megjelent a matematikai szorongás. Azt is megfigyelték, hogy a matematikai szorongás szintje és a feladatok megoldása során mutatott pontosság fordított kapcsolatban van, azaz minél erősebb a szorongás, annál pontatlanabb a feladat megoldása. A vizsgálat konklúziója az, hogy a magas matematikai szorongással rendelkező emberek nem globális matematikai deficittel rendelkeznek, hiszen ők is meg tudják oldani az egész számokkal végzendő műveleteket. A szorongás a magasabb szintű, összetettebb matematikai feladatok során jelent meg.

Ashcarft és Kirk 2001-es vizsgálatukban egy- és kétjegyű összeadási problémákat teszteltek kétféle helyzetben. Az első helyzetben mentális számolást kellett végezni, közben random betűkre kellett emlékezni. A második helyzet nehezebb volt, hiszen több betűt (2 vagy 6 betűt) kellett megtartani, majd az összeadás végeredményét követően felidézni. Eredményük szerint az összeadási feladat megjelenésekor a magas matematikai szorongással rendelkező kísérleti személyek hibázása megnőtt az alacsony matematikai szorongással rendelkező személyekhez képest. A második helyzet feladatai közül a 6 betű megtartását igénylők bizonyultak a legnehezebbnek, hiszen ez vette igénybe leginkább a munkamemória kapacitását, amit a magas matematikai szorongású csoportnál tovább csökkentett maga a szorongás, így a számolásra nagyon kevés munkamemória kapacitás maradt. Ez eredményezte a nagy hibázási százalékot. Érdekes eredményük továbbá az, hogy a vizsgálat előtt felmérték a kísérleti személyek munkamemória kapacitását, és nem volt különbség a matematikai szorongási szintben eltérő egyének között, ha verbális feladattal vizsgálták, azonban megjelent a különbség a munkamemória kapacitásban, ha aritmetikai feladattal vizsgálták a munkamemória kapacitásukat. Tehát a matematikai szorongásos személyeknek nem generálisan alacsony a munkamemória kapacitásuk, csupán a számok indítják be a csökkent kapacitási szintet.

A fenti eredmények alátámasztják Eysenck és Calvo (1992) feldolgozás hatékonysági elméletét, mely a generalizált szorongás megszakítja a munkamemória folyamatot azáltal, hogy a szorongás állapotával kapcsolatos tolakodó gondolatok elvonják az ideges személy figyelmét a számolási feladatról. Ez a jelenség megfigyelhető matematikai helyzetben, ahol a személy figyelmét eltereli a megoldandó feladatról a matematikával kapcsolatos félelem. Ennek mértéke azon múlik, hogy az adott matematika feladat mennyire veszi igénybe a munkamemóriát, ha nagyon, akkor a szorongás nagymértékben ront a produkción (például maradékos számolási feladat során, vagy valamilyen összetett feladat végzésekor például százalékszámítás, ismeretlenes egyenlet, algebra feladat elvégzése). Azonban, ha kevésbé igényli a munkamemóriát az adott feladat, akkor a szorongás kevésbé ront a megoldás színvonalán, például egyszerű, egyjegyű számokkal végzett összeadás, szorzás, ha nincs maradék a számolás során.

Egy másik megközelítés Connelly, Hasher, Zacks (1991) gátló teóriája. Amikor a gátló folyamatok jól működnek, az egyén képes az elvégzendő feladatnak adekvát információk kiemelésére, és az interferáló egyéb ingerek gátlására. Azonban, ha ez a gátló folyamat nem működik kielégítően, a munkamemória kapacitását felemészti az irreleváns információ feldolgozása, ami gyenge teljesítményt eredményez az elsődleges feladat megoldásában. Hunt, Clark-Carter, Sheffield 2014-es vizsgálatukban az volt a hipotézisük, hogy negatív kapcsolat van a matematikai szorongás és a végrehajtás között komplex összeadási probléma esetén, ha a számolás során van maradék, amit tovább kell vinni, de nincs köztük összefüggés, ha az összeadás során nincs maradék. Továbbá azt feltételezték, hogy negatív kapcsolat van a tolakodó, zavaró gondolatok hatásának önbeszámolója és az összeadási feladat megoldásának hatékonysága között. Eredményeik alapján az átlagos válaszadási idő szignifikánsan hosszabb volt akkor, ha a maradékot tovább kellett vinni, ugyanakkor szignifikánsan több hibát is vétettek ezekben a feladatokban a kísérleti személyek. A matematikai szorongás kapcsolatban áll a magasabb hiba szinttel azoknál a problémáknál, ahol szükség volt az átviteli műveletre. Ezekben az esetekben a zavaró gondolatok mértéke összefüggést mutat a hiba szinttel, így eredményük támogatja a matematikai szorongás gátló elméletét.

A Feldolgozás hatékonysági elmélet és a gátló teória integrálását javasolja Hopko, Ashcraft, Gute, Ruggiero, Lewis (1998) s ezzel széleskörű magyarázattal szolgálhatunk a matematikai szorongás és a munkamemória kapacitása között. Azzal érvelnek, hogy a magas matematikai szorongással rendelkező személyeknek esetleg nehézségeik vannak a figyelmet megzavaró, tolakodó, gyötrő gondolatok gátlásában. Vizsgálatukban a közepes és magas matematikai szorongással rendelkező csoportnál gyenge volt a gátló kontroll, amit azzal bizonyítottak, hogy a kísérleti személyeknek olyan szöveget kellett felolvasniuk, amiben irreleváns információk is voltak. A közepes és magas matematikai szorongással rendelkező személyeket, szemben az alacsony szorongási szinttel rendelkezőkkel, megzavarták az irreleváns információk, amik növelték az olvasáshoz szükséges időt.

Maloney, Risko, Ansarit és Fugelsang (2010) az eddig bemutatottakkal szemben sokkal elemibb szintet vizsgáltak. Matematikai szorongással rendelkező személyeket hasonlítottak össze nem szorongásos csoporttal, miközben vizuális számbavételi feladatot végeztek, mellyel két alapvető számolási folyamatot, a szubitizációt és a számlálást vizsgálták. A matematikai szorongásos csoport deficitet mutatott a számlálási területen a kontroll csoporthoz képest, de a szubitizációban nem, továbbá a csoportok közti eltérést a munkamemória mediálja. Ezek az eredmények arra mutatnak, hogy a matematikai szorongás jóval alapvetőbb számolási szinten is érezteti hatását, mint ahogy azt eddig feltételeztük.

6.2 A matematikai szorongás mérése

A matematikai szorongás mérésére létrehozott első valódi teszt a Richardson és Suinn által 1972-ben publikált 98 itemes matematikai szorongást mérő skála (Mathematics Anxiety Rating Scale; MARS). A jó pszichometriai mutatók ellenére a teszt hosszúsága miatt és azért, mert egyetlen dimenziót (a matematikai szorongást) mér, a későbbiekben több, rövidebb és nagyobb számú dimenziót mérő kérdőívet alakítottak ki. Ilyen például Plake és Parker (1982) 24 itemes, 2 faktoros (Matematika tanulási szorongás és Matematikai feladat szorongás) tesztje (MARS-R), amely nagyon magas belső reliabilitással rendelkezik vagy Alexander és Martray (1989) rövidített MARS kérdőíve (shortened MARS - sMARS), mely 25 itemet tartalmaz és 3 skálán méri a matematikai szorongást: „Matematikai teszt szorongás”, „Matematika órai szorongás” és a „Numerikus feladat szorongás”. A későbbi megerősítő faktoranalízis vizsgálatok azonban azt mutatták, hogy a konstrukciójuk nem megfelelő. A MARS-R 24 állítása közül 12-őt el kellene hagyni, hogy az illeszkedési mutatók elfogadhatóak legyenek (Hopko, Mahadevan, Bare és Hunt 2003), illetve az sMARS estén sem elfogadhatók az illeszkedési mutatók, amit 5 nem megfelelő tétel okoz (Baloglu és Zelhart, 2007).

Hopko et al. (2003) a MARS-R-ből állítottak elő egy 9 itemes, rövidített matematikai szorongás tesztet (Abbreviated Math Anxiety Scale- AMAS), amely ugyanazt a 2 skálát tartalmazza, mint az eredeti teszt. A szerzők vizsgálata alapján a pszichometriai mutatók megfelelőek.

Hunt, Clark-Carter és Sheffield 2011-ben publikálták „Az Egyesült Királyság matematikai szorongást mérő kérdőíve” néven (U.K. Scale for Matematics Anxiety) tesztjüket, amely az eredeti MARS (Richardson és Suinn, 1972) rövidített és néhány új tétellel kiegészített változata. A szerzők szerint azért kellett néhány állítást módosítani, mert noha az eredeti MARS angol nyelvű, az állítások egy része az USA-UK kulturális különbségek miatt a brit diákok számára nehezen értelmezhető vagy félreérthető. Ugyanilyen problémákat okoz az AMAS is (Hunt et al., 2011). A teszt eredetileg 38 itemet tartalmazott (28 az eredeti MARS-ból, 10 új item), amelyből a feltáró faktoranalízis után 23 maradt meg (kiesett az új kérdések egy része is), amelyek 3 faktort, azaz skálát alkotnak. Ezek a következők: „Matematikai műveletekkel kapcsolatos szorongás", „Matematikai szorongás mindennapi vagy társas helyzetekben" és a „Matematikai obszervációs szorongás" (Hunt et al., 2011). A kérdésekre 5 fokú Likert-típusú skálán kell válaszolni az 1 (egyáltalán nem)-től az 5 (nagyon)-ig.

A teszt pszichometriai paraméterei nagyon jók, a Cronbach α a teljes tesztre 0,96, az 1-3 alskálákra rendre 0,92, 0,85 és 0,89. Az időbeli stabilitás, a teszt-reteszt korreláció a teljes tesztre r=0,89, az egyes alskálákra sorrendben r=0,90, r=0,73 és r=0,80. A validitást a matematikai szorongás, a matematikai teljesítmény és a vonás szorongás kapcsolatával vizsgálták. A matematikai szorongás a matematika teljesítménnyel fordított kapcsolatban van (r=-0,40), a vonásszorongással gyenge, de szignifikáns a kapcsolata (r=0,22) (Hunt et al., 2011).

Mivel a fejlesztés során kiderült, hogy szükség lenne egy matematikai szorongást mérő kérdőívre, ezért egy jól használható és a pszichometriai mutatóit tekintve is jó tesztet kerestünk. Választásunk a Hunt et al. (2011) által kidolgozott MAS-UK kérdőívre esett. Mint láttuk, egyrészt igyekeztek kiküszöbölni a kulturális különbségeket, ami vélhetően a magyar mintában fokozottabban megjelenhet, másrészt a teszt nem csak a szokásos matematikai feladatok kapcsán méri a matematikai szorongást több dimenzióban, hanem a hétköznapi, társas helyzetekben megjelenő matematikai szorongást is méri, ez pedig az általunk áttekintett tesztek közül egyedülivé teszi.

A teszt lefordítása során két állítást módosítottunk: a 7. állításnál az eredeti „Ossz el 9,36 fontot 4 felé" helyett „Ossz el 936 forintot 4 felé"-re, elsősorban azért, mert a 6. osztály előtt még nem tudnak tizedes törtekkel számolni és ugyancsak ezért a 9. állításban az eredeti „algebra" kifejezést az „egyenlet" kifejezésre írtuk át. A visszafordítás majd pontosítás után 512 diákkal vettük fel a kérdőívet[2]. Az iskola típusonkénti eloszlásukat a 3. táblázat mutatja.

	alsó (3-4. osztály)	felső (5-8. osztály)	gimnázium	egyetem	Összesen
Fiú	34	82	54	36	206
Lány	45	82	65	114	306
Összesen	79	164	119	150	512

3. táblázat A tesztet kitöltő diákok neme és létszáma az egyes iskolatípusok szerint.

[2] Köszönet a teszt kialakításában és felvételében nyújtott segítségért Bernáth Lászlónak, George N. Bernathnak, Lukács Ferencnek, Lukács Alexandrának, Peitler Viktóriának és Zsidó Andrásnak.

6.3 A MAS-UK faktorszerkezete

Az eredeti faktorstruktúrát megerősítő faktorelemzéssel vizsgáltuk, maximum likelihood módszerrel. A CMIN/DF=3,37 ($\chi 2$=766,6, df=227 p<0,001). Ezen mutató értéke felette van a Tabachnick és Fidell (2007) által ajánlott 2 értéknek, tehát nem elfogadható. Az RMSEA=0,068 (a konfidencia intervallum 0,63-0,74) felette van az ajánlott 0,06 (Hu és Bentler, 1999) értéknek, bár határesetnek számít, így ez sem elfogadható. Az NFI=0,81; CFI=0,86; IFI=0,86; TLI=0,0,84; GFI=0,88. Ezen mutatók egyike sem éri el az elvárt 0,95-ös értéket (Hu és Bentler, 1999), de a korábbi, megengedőbb 0,9-et sem (ez utóbbi paraméterek a szerzők eredeti vizsgálatában sem érték el a 0,95-ös értéket, csupán a 0,9-est).

Ezért feltáró faktorelemzést végeztünk főkomponens elemzéssel és ferde szögű forgatással (direct oblimin), a KMO=0,91. Az eredmények alapján 3 faktort kaptunk, amelyek a variancia 51,3%-át magyarázzák, ezen belül az F1 (Matematikai szorongás mindennapos/társas helyzetekben) 18,8%, F2 (Matematikai műveletekkel kapcsolatos szorongás) 17,6%, az F3 (Matematika obszervációs szorongás) 14,9%. A faktorszerkezetet a 4. táblázat mutatja. Visszakaptuk az eredeti Hunt et al., (2011) által készített teszt faktorszerkezetét két kivétellel. Az 1., 10., 19. itemek nem tartoznak egyik faktorba sem, így ezeket el kell hagyni. További 2 állítás (7. és 17.) nem csak egy faktorra tölt, hanem mindegyik kettőre. Ez tartalmilag érthető, hiszen „7. Ha megkérnek, hogy ossz el 936 Forintot 4 felé." egyrészt matematikai műveletet hív, másrészt társas elemet is tartalmaz, ugyanígy a „17. Amikor matematika órán ülsz." egyrészt a matematika órán nyilván előjön a matematika obszervációs szorongás, másrészt matematika órán matematikai műveleteket szoktak végezni.

A teszt konzisztenciája megfelelő, a teljes skálára a Cronbach α=0,893, a *Matematikai szorongás mindennapos/társas helyzetekben* skálán a Cronbach α=0,818, a *Matematikai műveletekkel kapcsolatos szorongás* skálán a Cronbach α=0,833, a *Matematika obszervációs szorongás s*kálán a Cronbach α=0,808. Az időbeli stabilitás vizsgálatát 70 egyetemi hallgatóval végeztük, a két tesztfelvétel között 4 hét telt el. A teszt –reteszt korrelációk: a teljes tesztre r=0,883, a *Matematikai szorongás mindennapos/társas helyzetekben* skálán r=0,861, a *Matematikai műveletekkel kapcsolatos szorongás* skálán r=0,897, a *Matematika obszervációs szorongás* skálán r=0,817. Hasonlóan magas értékeket kaptunk, mint Hunt et al. (2011), ezek alapján a teszt megbízhatóan mér.

	F1	F2	F3
13. Ha ki kell számolnod, hogy mennyit kellett volna visszaadnia a pénztárosnak a boltban, miután több dolgot is vettél.	,696	-	-
22. Ha ki kell számolnod, mennyibe fog kerülni összesen, amit a boltban vettél.	,658	-	-
14. Ha el kell döntened, hogy mennyi pénzt kell kérned mindenkitől, miután vettél valamit, aminek az árát elosztjátok magatok között.	,634	-	-
5. Azt számolva, hány nap van még valaki születésnapjáig.	,619	-	-
4. Ha megkérnek, hogy add össze egy teremben lévő emberek számát.	,611	-	-
2. Ha meg kell számolnod egy halom aprópénzt.	,573	-	-
8. Ha kapsz egy telefonszámot, és emlékezned kell rá.	,508	-	-
11. Ha ki kell számolnod, hogy mennyi időd van még az iskolába indulásig.	,457	-	-
19. Ha az órán azt a feladatot kapod, hogy tanuld meg az egyik szorzótáblát.	-	-	-
18. Amikor matematika órán kiderül, hogy röpdolgozatot írtok.	-	,771	-
6. Amikor dolgozatot írsz matematikából	-	,711	-
23. Amikor a tanár egy matematikával kapcsolatos kérdést tesz fel neked az osztály előtt.	-	,682	-
3. Ha megkérnek, hogy írj fel egy eredményt a táblára az osztály előtt matematika órán.	-	,674	-
7. Ha megkérnek, hogy ossz el 936 Forintot 4 felé.	,471	,535	-
21. Ha arra kérnek, hogy számold ki a háromötödöt százalékban.	-	,528	-
10. Ha ki kell számolnod több szorzási feladatot írásban.	-	-	-
1. Valaki néz, miközben papíron szorzol (pl. 12x23).	-	-	-
12. Amikor hallgatsz valakit, aki a matematikáról beszél.	-	-	,713
15. Amikor a matematika tankönyvet olvasod.	-	-	,698
9. Ha azt a szót olvasod, hogy egyenlet.	-	-	,626
16. Ha látsz valakit, aki nehéz matematika feladatot old meg.	-	-	,625
20. Amikor látod, hogy a tanár egyenleteket ír a táblára.	-	-	,596
17. Amikor matematika órán ülsz.	-	,535	,562

4. táblázat A faktoranalízis eredményei (a 0,45 alatti faktorsúlyokat nem jelöltük)

A validitást úgy vizsgáltuk, hogy tanár szakos hallgatók 2 csoportjának eredményét hasonlítottuk össze a tesztben. Az egyik csoportba azok kerültek, akiknek mindkét szakja valamely természettudományi tantárgy, ezen belül az egyik matematika (29 fő). A másik csoportba olyan diákokat válogattunk, akiknek mindkét szakja bölcsészettudományi (61 fő). A független mintás t-próbák (lásd 5. táblázat) alapján mindegyik alskálán és a teljes teszten is szignifikánsan magasabb pontot értek el a bölcsészek, mint a matematika-természettudomány szakosok, azaz magasabb a matematikai szorongásuk minden helyzetben.

		N	Átlag	Szórás	t(88)	p
F1	matematika-ttk	29	14,7586	4,25655	2,665	p<0,01
	bölcsész	61	18,7213	7,43669		
F2	matematika-ttk	29	14,0000	4,78091	4,996	p<0,01
	bölcsész	61	21,1639	6,97180		
F3	matematika-ttk	29	7,5862	2,67952	3,885	p<0,01
	bölcsész	61	11,4426	5,00508		
F	matematika-ttk	29	36,3448	9,95086	4,592	p<0,01
	bölcsész	61	51,3279	16,1448 9		

5. táblázat Természettudományi és bölcsészettudományi szakos hallgatók eredményei a három alskálán és a teljes skálán.

7. DISZKUSSZIÓ

A számolási folyamatok kapcsolatban állnak a téri képességekkel, amit egyrészt a neuronális átfedés bizonyít (Dehaene et al., 1999, Hubbard et al., 2005), továbbá 0-3 napos újszülötteknél is igazolták, hogy kapcsolatban van a téri terület és a mennyiség reprezentációja (de Hevia et al., 2014). Tosto et al. (2014) pedig a téri és a matematikai képesség kapcsolata genetikai- és környezeti hátterének arányát mutatták ki iker vizsgálatokkal. Más kutatások pedig azt mutatták ki, hogy a különböző életkorokban is fennáll ez a kapcsolat, például az 5 éves kori téri képesség szignifikánsan bejósolja a 8 éves kori hozzávetőleges szimbolikus számolást (Gunderson et al., 2012). Továbbá ezt a kapcsolatot igazolták általános iskolásoknál (Lachance és Mazzocco, 2006) és egyetemistáknál is (Thompson et al., 2013).

A téri képesség különböző módszerekkel fejleszthető, indirekt módon, például origamival (Shumakov és Shumakov, 2000, Cakmak et al., 2014), vagy direkt módon, például mentális forgatással (Cheng és Mix, 2014). A téri képességek fejleszthetőségének átfogó elemzését végezte el Uttal et al. (2013) 217 fejlesztő tréninget vizsgáló tanulmány metaanalízise alapján. Eredményük szerint a tréningek hatékonyak, a téri képesség fejleszthető.

Noha a téri képesség és a matematikai képesség kapcsolata elég régóta ismert (pl. Dehaene et al., 1993), azt pedig még régebben tudjuk, hogy a téri képesség fejleszthető (Brinkmann, 1966), mégis Stieff és Uttal (2015) az elmúlt 30 évben a témában megjelent tanulmányokat áttekintve, csak 6 olyan publikációt találtak, ahol a téri fejlesztés hatását vizsgálták a természettudományos, mérnöki és matematikai képességekre. Ezek közül csak egyetlen tanulmány szól a matematikai képesség javulásáról a téri képesség fejlesztésén keresztül (Cheng és Mix, 2014), ám ennek az eredménye nem egyértelmű, a mentális forgatás gyakorlásával ugyan javult a szám kiegészítéses feladat megoldása, de nem kaptak javulást az egyszerű aritmetikai műveletekben. Azt pedig, hogy a matematikai nehézség esetén a téri képesség fejlesztését fel lehetne használni a matematikai képességek fejlesztésére, egyáltalán nem vizsgálták.

Ezért egy olyan fejlesztő tréninget dolgoztunk ki matematikai nehézséggel küzdő gyerekeknek, amely a téri képességet javító elemeket tartalmaz úgy, hogy az számukra is érdekes legyen. Azt vizsgáltuk, hogy az origami, a térbeli testek hajtogatása és a gyöngyfűzés segítségével élvezetes, játékos formában fejleszthető-e a téri- és ezen keresztül a matematikai képesség. A 10 hetes, heti egyszer 60 perces tréning hatására a matematikai nehézséggel küzdő 5. és 6. osztályos gyerekek teljesítménye mind a téri, mind a matematikai feladatokban jelentősen javult a matematikai nehézséggel küzdő kontroll csoporthoz képest. A téri feladatokban annyira erős volt ez a fejlődés, hogy utolérték a normál kontroll csoport teljesítményét, a számolási feladatokban ugyan nem érték el ezt a szintet, de fejlődésük így is jelentős volt, erősen megközelítették a normál csoportot. Emellett nem specifikus hatásként

csökkent a szorongásuk és fluensebbek, rugalmasabbak lettek a kreativitási teszt eredménye és a fejlesztő foglalkozás alatt megfigyelt viselkedésük alapján. Ez a fajta kiscsoportban végzett közös munka az egyéni fejlesztő munkához képest jobban segíti a tagok közti kooperációt, a mások elfogadását valamint saját teljesítményük, gondolataik felvállalását, amit a tanulási nehézséggel küzdő gyerekek esetében különösen hiányosnak láttunk.
A fejlesztőprogram és a vizsgálat újszerűsége az, hogy sikerült egyértelműen kimutatni azt, hogy a téri képesség hosszú idejű, indirekt fejlesztésének hatására fejlődnek az elemi számolási képességek is a matematikai nehézséggel küzdő gyerekeknél.
Mivel a vizsgálat idején nem ált rendelkezésre matematikai szorongást mérő teszt, ezért elvégeztük a MAS-UK magyar adaptációját, hogy a tervezett további vizsgálatokban már felhasználhassuk. Az eredeti MAS-UK kérdőív - 3 tétel (az eredeti 1., 10., és 19.) elhagyása után – jó reliabilitással rendelkezik, mind a Cronbach alfák, mind a teszt reteszt korrelációk magasak (0,8 felettiek).

7.1 Tapasztalatok a praxisra vonatkozóan

A fejlesztő foglalkozás irányítása, kiscsoportos szervezési formája és a biztonságos, oldott légkör megteremtése további *nem specifikus, indirekt* hatást gyakorolt a gyerekekre. Fejlesztő módszerünk a közvetlen téri és matematikai készségek fejlesztésén túl a tanuláshoz, teljesítményhez való hozzáállást is igyekezett megváltoztatni.

Szorongás oldása:
A fejlesztő foglalkozáson sikerült a feladathoz való hozzáállást eltolni az oldás irányába. Az o*ldott légkör* általánosan hat a szorongásra, csökkenti azt, így a tanulási helyzetekre is pozitívan hat, ezáltal segít a matematikában is, továbbá lehetőséget ad a rugalmas gondolkodásra is.

Didaktikus vezetés, a szervezett munkavégzés tervezése, tanítása:
A fejlesztő foglalkozás alatt vezetőként nagyon tudatos törekvés volt, hogy segítsem a feladat elvégzéséhez szükséges lépések megtervezését és kivitelezését, ezzel a *tervezés és fókuszálás* készségét igyekeztem fejleszteni. A szervezett munkavégzés lépéseinek gyakoroltatása transzferálható az aritmetikai feladatok végzésére, ahol szintén sok lépésen kell áthaladni a helyes végeredmény eléréséhez.

Kiscsoportos forma, mint eszköz:
A kiscsoportos forma lehetővé tette a gyerekek *verbális megnyilatkozásainak* gyakoroltatását, ami a gátlásos gyerekek számára gyakran nehéz feladatnak bizonyult (pl. „Mutasd be a csoportnak a munkádat!”). A probléma megoldási készségük gyakoroltatásának van egy

másik aspektusa, amikor egy nehézség megoldásához a *kooperációs készségüket* igyekeztem fejleszteni azzal, hogy ahelyett, hogy én segítettem volna, a társaik felé irányítottam őket (pl. „Kérj segítséget!” „Segíts a társadnak!”).

Az általunk kidolgozott technika egyrészt értelmezhető úgy, mint új megközelítés a fejlesztő módszerek terén (oldottság, játékosság, motiváltság), ami párhuzamban áll a matematikai nehézséggel küzdő gyerekek lelki beállítottságával (motiválatlanság, szorongás). Másrészt olyan részterületeket fejleszt, amelyek közvetlenül vagy közvetetten pozitívan hatnak a számolási képességre. Ez a két aspektus össze is kapcsolódhat, mert ha pozitívra tudjuk hangolni a matematikai nehézséggel küzdő gyerekek matematikával kapcsolatos attitűdjét, akkor kevésbé szoronganak, így nem csökken annyira a munkamemóriájuk kapacitása, ami segíthet a matematikai faladatok megoldásának hatékonyságában. Másrészt, ha motiváltabbá tudjuk tenni őket, akkor lelkesebbek, a gondolkodásuk is rugalmasabbá válik, így nő az esélye, hogy megjelenhessen a matematika játékos oldala, s nem csupán a szorongató volta. Ezt erősíti egyrészt az, hogy az eredetileg fél éves programot meg kellett toldani még egy félévvel a gyerekek és a szülők kérésére. Másrészt a fejlesztő foglalkozások befejezése után az egyik gyógypedagógustól azt a visszajelzést kaptam, hogy a matematikai nehézséggel küzdő gyerekek azt kérték tőle, hogy a hagyományos fejlesztő foglalkozáson is origamizzanak.

Az általunk alkalmazott téri képességeket fejlesztő módszereket az iskolában rajzórán lehetne felhasználni, ahol ezekkel a módszerekkel együttesen lehetne fejleszteni a matematikai nehézséggel küzdő gyerekeket a problémamentes gyerekekkel, akik – feltételezhetően – szintén kedvelnék ezeket a munkákat. Továbbá a módszer, különösen az origami feladat, alkalmazható a matematika órán, egyrészt a téri fejlesztő hatása miatt közvetetten, illetve a geometriai fogalmak gyakorlásához közvetlenül (Sastry, 2010).

A vizsgálatunknak több korlátja van. Egyrészt a viszonylag kis minta, másrészt az, hogy nem tudjuk elkülöníteni a fejlesztés direkt/specifikus (téri képességen keresztüli) és indirekt/nem specifikus (szorongás csökkenés, oldódás, stb.) hatásának mértékét. További korlát, hogy míg a teszt csoport aktív fejlesztésben vett részt, a kontroll csoportoknál nem volt azonos idejű, de más jellegű aktív tevékenység. Ezért kutatási tervünk további fejlesztő csoportok indítása, azzal az eltéréssel, hogy a tesztcsoport mellett aktív kontroll csoportot szervezünk, akikkel szintén foglalkozást tartunk, ami élvezetes tevékenység, de nem fejlesztő, mint az origami. További változtatásunk, hogy a továbbiakban a szorongást már specifikusan, mint matematikai szorongást tudjuk mérni az általunk adaptált és jó pszichometriai mutatókkal rendelkező kérdőívvel.

A matematikai szotrongás kapcsolatban áll a gyenge matematikai teljesítménnyel. Ha valakinek magas a matematikai szorongás értéke, ha teheti, elkerüli azokat a helyzeteket, ahol matematikával kellene foglalkozni. Ha nem tudja elkerülni, akkor minimalizálja azt az időt, amit a feladat megoldásra fordít, függetlenül attól, ha ezzel növeli a hibázás valószínűségét.
A megoldandó matematikai feladat nagymértékben befolyásolja a matematikai szorongás megjelenését: az összetett, még nem begyakorolt feladatok, idői nyomás mellett végzett, munkamemóriát erősen igénybe vevő feladatok, mint a maradék átvitelét igénylő alapműveletek bizonyítottan kiváltják a matematikai szorongás.

Adaptáltuk Hunt et al. (2011) MAS-UK matematikai szorongást mérő tesztjét, amely az 512 fős 3. osztályostól egyetemi hallgatóig terjedő minta alapján jó pszichometriai jellemzőkkel rendelkezik. Ez a teszt segítheti a gyógypedagógusokat és a matematika tanárokat abban, hogy kiszűrjék azokat a diákokat, akiknek a matematikai teljesítménye nem a kompetencia hiánya miatt gyenge, hanem az erős matematikai szorongástól. A szorongó diákok kiszűrésén túl abban is segíthet a teszt, hogy a pedagógus tudatosíthatja magában ezt a jelenséget, ezzel nagyobb eséllyel kerülheti el azt, hogy a diákokat olyan helyzetbe hozza, ami kiválthatja ezt a fajta szorongást.

IRODALOMJEGYZÉK

Alexander, L., Martray, C. R. (1989): The development of an abbreviated version of the Mathematics Anxiety Rating Scale. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development*, 22, 3, 143-150.

Arici, S., Aslan-Tutak, F. (2015): The effect of origami-based instruction on spatial visualization, geometry achievement, and geometric reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education, 13, 179-200.*

Ashcraft, M. H. (2002): Math anxiety: personal, educational, and cognitive consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11, 5, 181-185.

Ashcraft, M. H., Kirk, E. P. (2001): The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130, 224-237.

Ashcraft, M. H., Kirk, E. P., Hopko, D. (1998): On the cognitive consequences of mathematics anxiety. In: Donlan, C. (Ed): *The development of mathematical skills. Studies in developmental psychology*. Hove, England: Psychology Press/Taylor & Francis, 175-196.

Baloglu, M., Zelhart, P. F. (2007): Psychometric properties of the revised Mathematics anxiety rating scale. *The Psychological Record*, 2007, 57, 593–611

Boruga, A. (2011): Origami art as a means of facilitating learning. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 11, 32–36.

Brinkmann, E. H. (1966): Programed instruction as a technique for improving spatial visualization. *Journal of Applied Psychology*, 50, 2, 179-184.

Butterworth, B., Varma, S., Laurillard, D. (2015): Dyscalculia: from brain to education. In: Kadosh, R. C., Dowker, A. (Eds.): *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*. Oxford University Press, 647-661.

Çakmak, S., Isiksal, M., Koc, Y. (2014): Investigating effect of origami-based instruction on elementary students' spatial skills and perceptions. *The Journal of Educational Research*, 107, 1, 59-68.

Cheng, Y., Mix, K. S. (2014): Spatial training improves children's mathematics ability. *Journal of Cognition and Development*, 15, 1, 2-11.

Cohen, J. (1988): *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Connelly, S. L., Hasher, L., Zacks, R. T. (1991): Age and reading: The impact of distraction. *Psychology and Aging*, 6, 533–541.

Crollen, V., Noël, M-P. (2015): Spatial and numerical processing in children with high and low visuospatial abilities. *Journal of Experimental Child Psychology*, 132, 84–98.

de Hevia, M. D., Izard, V., Coubart, A., Spelke, E. S., Streri, A. (2014): Representations of space, time, and number in neonates. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 111, 4809-4813.

Dehaene, S. (1992): Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1-42.

Dehaene, S., Bossini, S., Giraux, P. (1993): The mental representation of parity and number magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, 122, 3, 371-396.

Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., Tsivkin, S. (1999): Sources of mathematical thinking: behavioral and brain-imaging evidence. *Science*, 284, 970-974.

Dew, K. M. H., Galassi, J. P., Galassi, M. D. (1984): Math anxiety: relation with situational test anxiety, performance, physiological arousal, and math avoidance behavior. *Journal of Counseling Psychology*, 31, 580-583.

Dorval, M., Pepin, M. (1986): Effect of playing a video game on a measure of spatial visualization. *Perceptual and Motor Skills*, 62, 1, 159-162.

Dowker, A. (2005): Early identification and intervention for students with mathematical difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 324-332.

Dowker, A. (2008): Introduction. In: Dowker, A. (Ed.): *Mathematical difficulties*. London

DSM-IV-TR diagnosztikai kritériumai. Animula Kiadó, Budapest, 1995.

DSM-V referencia kézikönyv a DSM-5 diagnosztikus kritériumaihoz. Oriold és Társai Kiadó és Szolgáltató Kft., Budapest, 2013.

Eysenck, M. W., Calvo, M. G. (1992): Anxiety and Performance: The Processing Efficiency Theory. *Cognition and Emotion*, 6, 6, 409-434.

Faust, M. W., Ashcraft, M. H., Fleck, D. E. (1996): Mathematics anxiety effects in simple and complex addition. *Mathematical Cognition*, 2, 1, 25-62.

Geary, C. D. (2015): The classification and cognitive characteristics of mathematical disabilities in children. In: Kadosh, R. C., Dowker, A. (Eds.): *The Oxford Handbook of Numerical Cognition.* Oxford University Press, 767-786.

Geary, D. C., Hoard, M. K. (2005): Learning disabilities in arithmetic and mathematics. Theoretical and empirical perspectives. In: Campbell, J. I. D. (Ed.): *Handbook of Mathematical Cognition.* Psychology Press, New York and Hove, 253-266.

Gunderson, E. A., Ramirez, G., Beilock S. L., Levine, S. C. (2012): The relation between spatial skill and early number knowledge: the role of the linear number line. *Developmental Psychology*, 48, 5, 1229-1241.

Harris, J., Hirsh-Pasek, K., Newcombe, N. S. (2013): Understanding spatial transformations: similarities and differences between mental rotation and mental folding. *Cognitive Processing*, 14, 2, 105-115.

Hegarty, M., Kozhevnikov, M. (1999): Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 91, 684-689.

Hembree, R. (1990): The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education.* 21, 1, 33-46.

Hopko, D. R., Ashcraft, M. H., Gute, J., Ruggiero, K. J., Lewis, C. (1998): Mathematics anxiety and working memory: support for the existence of a deficient inhibition mechanism. *Journal of Anxiety Disorders*, 12, 4, 343–355.

Hopko, D. R., Mahadevan, R., Bare, R. L., Hunt, M. K. (2003): The Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS). Construction, validity, and reliability. *Assessment*, 10, 2, 178-182.

Hu, L., Bentler, P. M. (1999): Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives, *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 6, 1, 1-55.

Hubbard, E. M., Piazza, M., Pinel, P., Dehaene, S. (2005): Interactions between number and space in parietal cortex. *Nature Reviews Neuroscience*, 6, 435–448.

Hunt, T. E., Clark-Carter, D., Sheffield, D. (2011): The development and part validation of a U.K. Scale for Matematics Anxiety. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 29, 5, 455-466.

Hunt, T. E., Clark-Carter, D., Sheffield, D. (2014): Math anxiety, intrusive thoughts and performance. Exploring the relationship between mathematics anxiety and performance: The role of intrusive thoughts. *Journal of Education, Psychology and Social Sciences,* 2, 2, 69-75.

Karagiannakis, G., Baccaglini-Frank, A., Papadatos, Y. (2014): Mathematical learning difficulties subtypes classification. *Frontiers in Human Neuroscience*, 8, 57.

Kónya Anikó, Verseghi Anna, Rey, Teresinha (2000): A Rey-tesztek hazai tapasztalatai. *Magyar Pszichológiai Szemle,* LV, 4, 545-557.

Kozhevnikov, M., Motes, M. A., Hegarty, M. (2007): Spatial visualization in physics problem solving. *Cognitive Science*, 31, 549-579.

Kosc, L. (1974): Developmental dyscalculia. *Journal of Learning Disabilities,* 7, 3, 164-177.

Lachance, J. A., Mazzocco, M. M. M. (2006): A longitudinal analysis of sex differences in math and spatial skills in primary school age children. *Learning and Individual Differences*, 16, 195-216.

Lean, G., Clements, M. A. (1981): Spatial ability, visual imagery, and mathematical performance. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 3, 267-299.

Maloney, E. A., Risko, E. F., Ansarit, D., Fugelsang, J. (2010): Mathematics anxiety affects counting but not subitizing during visual enumeration. *Cognition*, 114, 2, 293–297.

Mazzocco, M. M. M. (2015): The contributions of syndrome research to the study of MLD. In: Kadosh, R. C., Dowker, A. (Eds.): *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*. Oxford University Press, 678-695.

Moreau, D. (2013): Differentiating two-from three-dimensional mental rotation training effects. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 66, 7, 1399-1413.

Newcombe, N. S. (2013): Seeing relationships using spatial thinking to teach science, mathematics, and social studies. *American Educator*, 26-40.

Newcombe, N. S., Shipley, T. F. (2015): Thinking about spatial thinking: new typology, new assessments. In: Gero, J. S. (Ed.): *Studying visual and spatial reasoning for design creativity*. New York, Springer, 179-192.

Nótin Ágnes, Páskuné Kiss Judit és Kurucz Győző (2012): A matematikai szorongás személyen belüli tényezőinek vizsgálata középiskolás tanulóknál. *Magyar Pedagógia*, 112, 4, 221-241.

Ostad, S. O. (1999): Developmental progression of subtraction strategies: a comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *European Journal of Special Needs Education*, 14, 1, 21-36.

Ostad, S. O. (2008): Children with and without mathematics difficulties aspects of learner characteristics in a developmental perspective. In: Dowker, A. (Ed.): *Mathematical difficulties*. London, Chapter 7.

Perczel-Forintos Dóra (szerk.) (2005): *Kérdőívek, becslőskálák a klinikai pszichológiában*. Semmelweis Kiadó, Budapest.

Plake, B. S., Parker, C. S. (1982): The development and validation of a revised version of the Mathematics Anxiety Rating Scale. *Educational and Psychological Measurement, 42,* 551-557.

Richardson, F. C., Suinn, R. M. (1972): The Mathematics Anxiety Rating Scale: Psychometric Data. *Journal of Counseling Psychology*, 19, 6, 551-554.

Roelofs, A. (2006): Functional architecture of naming dice, digits, and number words. *Language and Cognitive Processes*, 21, 1-3, 78-111.

Salat Annamária-Enikő, Séra László (2002): A téri vizualizáció fejlesztése transzformációs geometriai feladatokkal. *Magyar Pedagógia*, 102, 4, 459-473.

Sastry, V. S. S. (2010): Fold paper and learn mathematics. In: Karopady, Sudhakar, Raghavan, Tiwari, Giridhar, Periodi (Eds.): *Learning curve. Special Issue on School Mathematics.* XIV, 77-80.

Séra László, Kárpáti Andrea, Gulyás János (2002): *A térszemlélet*. Comenius Bt., Pécs

Shumakov, K., Shumakov, Y. (2000): *Functional interhemispheric asymmetry of the brain in dynamics of bimanual activity in children 7–11 years old during origami training*. Russia, Rostov State University

Sorby, S. A. (2011): *Developing spatial thinking*. Independence: Cengage.

Stieff, M. (2011): When is a molecule three-dimensional? A task-specific role for imagistic reasoning in advanced chemistry. *Science Education*, 95, 2, 310-336.

Stieff, M., Uttal, D. H. (2015): How much can spatial training improve STEM achievement? *Educational Psychology Review, 27, 4, 607-615.*

Tabachnick, B. G., Fidell, L. S. (2007): *Using Multivariate Statistics* (5th ed.). New York: Allyn and Bacon.

Taylor, H. A., Hutton, A. (2013): Think3d!: Training spatial thinking fundamental to STEM education. *Cognition and Instruction*, 31, 434-455.

Taylor, H. A., Tenbrink, T. (2013): The spatial thinking of origami: evidence from think-aloud protocols. *Cognitive Processing*, 14, 2,

Thompson, J. M., Nuerk, H., Moeller, K., Kadosh, R., C. (2013): The Link Between Mental Rotation Ability and Basic Numerical Representations. *Acta Psychologica*, 144, 324–331.

Tosto, M. G., Hanscombe, K., Haworth, C. M. A., Davis, O. S. P., Petrill, S. A., Dale, P. S., Malykh, S., Plomin, R., Kovas, Y. (2014): Why do spatial abilities predict mathematical performance? *Developmental Science*, 17, 462-470.

Uttal, D. H., Meadow, N. G., Tipton, E., Hand, L. L., Alden, A. R., Warren, C., Newcombe, N. S. (2013): The malleability of spatial skills: a meta-analysis of training studies. *Psychological Bulletin*, 139, 352-402.

Wai, J., Lubinski, D., Benbow, C. P. (2009): Spatial ability for STEM domains: aligning over fifty years of cumulativa psychological knowledge solidifies its importance. *Journal of Educational Psychology*, 101, 817-835.

Young, C. B., Wu, S. S., Menon, V. (2012): The Neurodevelopmental basis of math anxiety. *Psychological Science,* 23, 5, 492-501.

Publikációk:

Krisztián, Ágota, Bernáth, László, Gombos, Hajnalka, Vereczkei, Lajos (2015): Developing numerical ability in children wih mathematical difficulties using origami. *Perceptual & Motor Skills: Perception,* 121, 1, 233-243.

Krisztián Ágota (2011): Mozogjunk, hogy jobban tudjunk számolni? A vizuális-téri képesség és a testkép kapcsolata az elemi matematikai készségekkel. In: Bolvári-Takács G., Fügedi J., Major R., Mizerák K., Németh A. (szerk.): *Perspektívák az új évezredben a táncművészetben, a táncpedagógiában és a tánckutatásban*. Magyar Táncművészeti Főiskola, Budapest, 65-72.

Krisztián Ágota (2009): A formát öltött érzés. Művészeti terápiás elemeket alkalmazó önismeret-fejlesztő tréning tapasztalatai. In: Németh A., Major R., Mizerák K., Tóvay Nagy P. (szerk.): *Hagyomány és újítás a táncművészetben, a táncpedagógiában és a tánckutatásban*. Magyar Táncművészeti Főiskola és a Planétás Kiadó közös kiadása, Budapest, 119-123.

Krisztián, Ágota- Bernáth, László (2008): Number Comprehension without Semantic Processing. In: Lábadi, Beatrix (ed.): *Cognition and Interpretation. Pécs Studies in Psychology*. Pécs, 67-70.

Krisztián Ágota (1998): Gondolatok a számokról. In: Hajdú Szilvia (szerk.): *Illuminációk.* JPTE Pécs, 93-102.

Krisztián, Ágota (1997): Numbers: A Third Kind of Representation? In: Forrai, Gábor (ed.): *Image and Reality Proceedings of the 1996 Miskolc Conference,* Miskolc, 49-52.

Konferenciák:

Krisztián Ágota - Bernáth László: A számolási képesség fejlesztése a téri képesség javításával számolási nehézséggel küzdő gyerekeknél. *Magyar Pszichológiai Társaság Nagygyűlése,* Budapest, 2015. május 28-30.

Krisztián Ágota - Gombos Hajnalka: Számolási nehézséggel küzdő diákok elemi kognitív képességeinek fejlesztése. Együtt a családdal - *Nevelési Tanácsadók Egyesületének Konferenciája*. Budapest, 2011. november 11.

Krisztián Ágota - Gombos Hajnalka: Számolási nehézséggel küzdő diákok elemi kognitív képességeinek fejlesztése. *Magyar Pszichológiai Társaság XX. Jubileumi Tudomány Nagygyűlése*. Budapest, 2011. május 25-27.

Krisztián Ágota - Váry-Harmath Nóra: Elemi matematikai képességek kapcsolata a térszemlélettel és fejlesztésének lehetősége fejlődési diszkalkuliás gyerekeknél. *Magyar Pszichológiai Társaság XIX. Országos Tudományos Nagygyűlése*. Pécs, 2010. május 27-29.

Krisztián Ágota: Vizuális fejlesztés a diszkalkulia terápiájában. *II. Tánctudományi konferencia a Magyar Táncművészeti Főiskolán*. Budapest, 2009. november 6-7.

Bernáth László – Krisztián Ágota: Kell-e szemantikai feldolgozás a számok megnevezéséhez? *A Magyar Pszichológiai Társaság XVII. Nagygyűlése*, Budapest, 2006. május 24-27.

Krisztián, Ágota – Bernáth, László: Is Semantic Processing a Necessary Step for Naming Numbers? *7th Alps-Adria Conference in Psychology*, Zadar, 2-5 July 2005.

Krisztián Ágota: A számolási képesség fejlődése. *Palócföldi Pedagógusok IX. Találkozója*, Ipolyvarbó (Szlovákia), 2001.

Krisztián, Ágota - Bernáth, László: Is the Presemantical Processing Enough for the Parity Decision? *European Congress of Psychology*. London, 1-6 July 2001.

Krisztián, Ágota - Bernáth, László: Numerical Processing. *5th Alps-Adria Conference*. Pécs, 9-11 September 1999.

Krisztián, Ágota – Bernáth, László: Processing and Coding of Numbers. *VI. European Congress of Psychology*, Roma, 4-11 July 1999.

Krisztián, Ágota: Numbers: A Third Kind of Representation? *Image and Reality Conference,* Miskolc, 1996.